

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
"МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)"

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ АСТРОФИЗИКИ И КВАНТОВОЙ
ТЕОРИИ ПОЛЯ

Рост первичных чёрных дыр в дорекомбинационную эпоху

(выпускная квалификационная работа бакалавра)

Выполнил:

студент 221 группы
Егор Михайлович Урвачев

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., Глазырин С.И.

Долгопрудный
2016

Содержание

1 Введение	3
2 Стадии аккреции	4
3 Темп аккреции	8
3.1 Общие уравнения	8
3.2 Вторая стадия	11
3.3 Первая стадия	12
3.4 Третья стадия	13
4 Рост черной дыры	15
4.1 Первая стадия	15
4.2 Вторая стадия	17
4.3 Дорекомбинационная эпоха	17
4.4 Третья стадия	17
5 Заключение	19
Список литературы	20

1 Введение

В настоящее время известно несколько мощных квазаров на больших красных смещениях: [1], [2], [3]. Наблюдаемые интенсивности можно объяснить наличием компактных гравитирующих объектов - сверхмассивных черных дыр. Но такое естественное предположение наталкивает на определенные трудности для теории образования структуры Вселенной: массы этих черных дыр оказываются слишком большими для столь малого возраста Вселенной, при котором их наблюдают. Для объяснения этого факта рассматриваются различные сценарии образования подобных объектов. Для образования таких массивных объектов необходим быстрый рост черных дыр [4]. Черные дыры могут образовываться по различным сценариям [5]. Один из возможных вариантов - коллапс звезд населения III (Pop III) с массами $\sim 100M_{\odot}$ [6], [7], [8]. Далее идет непрерывная аккреция газа галактик, в которых они расположены [9], [10], [11], [12]. Другой возможный сценарий - прямой коллапс, когда сверхмассивная звезда коллапсирует в черную дыру с массой $\geq 10^5 M_{\odot}$ в результате развития релятивистской неустойчивости [13], [14], [15], [16], [17]. Также массивные черные дыры могут образоваться в результате столкновений в шаровых скоплениях [18], [19] или протогалактиках [20], [21], [22]. Во всех этих сценариях черная дыра с начальной массой $10^{2-5} M_{\odot}$ растет до массы $\sim 10^9 M_{\odot}$ в результате аккреции. Сферически-симметричная аккреция была рассмотрена в [23]. В релятивистском случае она была рассмотрена в [24], [25].

В данной работе рассматривается вариант образования таких сверхмассивных черных дыр из первичных (то есть образовавшихся на самой ранней стадии). Предполагается, что черная дыра образуется после КХД фазового перехода [26]. Планируется получить универсальную модель, которая учитывает аккрецию излучения, ультрарелятивистского и нерелятивистского вещества и выяснить, как в этой модели меняется масса черной дыры в дорекомбинационную эпоху.

Впервые анализ роста первичной черной дыры в результате простой аккреции Бонди был произведен в [27]. В [28] использовалось модифицированное выражение для темпа аккреции (темп аккреции в энергетическом смысле) и рассматривалась аккреция темной энергии на черную дыру.

2 Стадии аккреции

Сразу после Большого взрыва Вселенная имела огромную плотность и температуру среды, далее Вселенная начала расширяться и температура и плотность стали уменьшаться. Отношения вкладов в давление и энергию от различных видов вещества и излучения различны для различных температур среды. В данной работе нас интересует аккреция барионного вещества, электрон-позитронных пар, излучения и нейтрино.

Мы будем рассматривать 3 стадии аккреции:

1-ая стадия - температура среды находится в интервале $100 \text{ MeV} - 1 \text{ MeV}$. Мы предполагаем, что черная дыра образовалась при $T_1 = 100 \text{ MeV}$. На данной стадии уже есть барионы, которые образовались после фазового перехода КХД, но существенную роль в аккреции играют излучение, электрон-позитронные пары [29] и нейтрино, закалка которого происходит при $T \sim 2 - 3 \text{ MeV}$ [30].

2-ая стадия - продолжается до некоторого момента (одна из наших задач - найти его). Излучение продолжает играть существенную роль в аккреции.

3-я стадия - аккреция нерелятивистского вещества (доминирует барионное вещество).

Для нахождения границы 2-ой и 3-ей стадии запишем уравнение Фрийдмана:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\epsilon. \quad (2.1)$$

Дополним его законом сохранения:

$$T_{;\mu}^{\mu\nu} = 0, \quad (2.2)$$

где ;-обозначает ковариантную производную. Получаем уравнение:

$$\frac{d\epsilon}{p + \epsilon} = -3d(\ln a), \quad (2.3)$$

откуда получаем закон сохранения энтропии в сопутствующем объеме [30]:

$$sa^3 = \text{const}. \quad (2.4)$$

Мы знаем, что для излучения $s \sim T^3$ [31]. Используя определение красного смещения:

$$z = \frac{1}{a} - 1, \quad (2.5)$$

мы можем определить температуру в момент времени z , если мы знаем температуру T_0 в момент времени z_0 :

$$T = T_0 \frac{z + 1}{z_0 + 1}. \quad (2.6)$$

Будем считать, что барионы все время нерелятивистские ($mc^2 \gg kT$), поэтому их давление и плотность энергии записываются в виде:

$$p_m = nkT, \quad (2.7)$$

$$\epsilon_m = mnc^2 + \frac{1}{\gamma - 1}nkT, \quad (2.8)$$

где γ - показатель адиабаты. $m = \mu m_u$, где μ - эффективная масса смеси, а m_u - атомная единица массы.

Концентрация частиц вещества меняется со временем по закону:

$$n = n_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 = n_0 \left(\frac{z + 1}{z_0 + 1} \right)^3. \quad (2.9)$$

Излучение будем считать чернотельным, тогда выражения для давления и плотности энергии записываются в виде [31]:

$$p_r = \frac{aT^4}{3}, \quad (2.10)$$

$$\epsilon_r = aT^4, \quad (2.11)$$

где $a = \frac{4\sigma}{c}$ - радиационная постоянная (σ - постоянная Стефана-Больцмана).

Найдем соотношение между давлением излучения и давлением вещества в произвольный момент времени. Для этого подставим (2.6) и (2.9) в (2.7) и (2.10) и получим:

$$\beta_p = \frac{p_r}{p_m} = \frac{aT^3}{3nk} = \frac{aT_0^3}{3n_0k}. \quad (2.12)$$

Как мы видим, это выражение не зависит от момента времени. В качестве оценки возьмем $n = \frac{\Omega_B \rho_c}{m_u}$. Возьмем $\rho_c = 8.62 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\Omega_B = 0.042$, $m_u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ откуда получим $n_0 = 0.22 \frac{1}{\text{m}^3}$. Далее берем $T_0 = 2.7\text{K}$, радиационная постоянная $a = 7.5657 \cdot 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{K}^4}$, постоянная Больцмана $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ и в итоге получаем $\beta_p \gg 1$. То есть в давлении излучение доминирует всегда (но учитывать его надо только до последнего рассеяния фотонов).

Найдем теперь соотношение между плотностями энергий излучения и вещества. Для этого подставим (2.6) и (2.9) в (2.8) и (2.11) и получим:

$$\beta_\epsilon = \frac{\epsilon_r}{\epsilon_m} = \frac{aT^4}{\mu m_u n c^2} = \frac{aT_0^4}{\mu m_u n_0 c^2} \frac{z + 1}{z_0 + 1}. \quad (2.13)$$

Полагая для оценки $\mu = 1$ и подставляя параметры при $z_0 = 0$ (Как и при вычислении β_p), мы можем найти z , при котором плотности энергий излучения и вещества равны (т.е. $\beta_\epsilon = 1$). Численно получим $z \sim 1000$. Это число совпадает с оценками для рекомбинации и последнего рассеяния фотонов [30]. Поэтому будем считать, что доминирование излучения у нас продолжается до момента рекомбинации, т.е. $z_r = 1000$ (При этом $T_r = 3000\text{K} = 0.26\text{eV}$).

Для уравнения Фридмана (2.1) существует два важных решения: стадия радиационного доминирования и пылевая стадия.

Для стадии радиационного доминирования уравнение состояния:

$$p = \frac{\epsilon}{3}, \quad (2.14)$$

и решение (2.1) имеет вид:

$$a(t) = \theta_r t^{\frac{1}{2}}. \quad (2.15)$$

Для пылевой стадии же уравнение состояния:

$$p = 0, \quad (2.16)$$

и решение (2.1) имеет вид:

$$a(t) = \theta_m t^{\frac{2}{3}}. \quad (2.17)$$

Температура перехода оценивается как $T_{tr} = 0.7\text{eV}$ [30], по формуле (2.6) мы можем оценить $z_{tr} = 2600$. По порядку величины это совпадает с z_r , поэтому для наших расчетов будем считать, что на протяжении стадии 1 и всей стадии 2 у нас эпоха радиационного доминирования, а на стадии 3 - пылевая эпоха.

Оценим время с начала Вселенной, когда произошел переход из стадии 2 в стадию 3.

Сейчас возраст Вселенной $t_u = 13.8\text{Гуг}$ и $a = 1$. Отсюда мы находим константу из (2.17) и получаем:

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_u} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (2.18)$$

откуда, используя определение красного смещения (2.5), получим связь между z и t на пылевой стадии:

$$t = t_u (1 + z)^{-\frac{3}{2}}. \quad (2.19)$$

Тогда для перехода 2-3 ($z_{23} = 1000$) получаем $t_{23} = 4.35 \cdot 10^5 \text{уг}$.

Оценим теперь время, когда началась стадия 1 и произошел переход из стадии 1 в стадию 2.

Подставляя в (2.15) момент времени перехода 2-3, найдем константу из (2.15) и получим выражение для масштабного фактор во время эпохи радиационного доминирования:

$$a(t) = (1 + z_{23})^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{t}{t_u} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.20)$$

откуда связь z и t на эпохе радиационного доминирования имеет вид:

$$t = t_u \left(\frac{z + 1}{(z_{23} + 1)^{\frac{1}{4}}} \right)^{-2}. \quad (2.21)$$

Используя формулу (2.6) для $T_{12} = 1\text{MeV}$, находим $z_{12} = 0.385 \cdot 10^{10}$ и $t_{12} = 0.93\text{s}$, а для $T_1 = 100\text{MeV}$ получим $z_1 = 0.385 \cdot 10^{12}$ и $t_1 = 0.93 \cdot 10^{-4}\text{s}$.

3 Темп аккреции

3.1 Общие уравнения

Теперь мы будем рассматривать темп аккреции на черную дыру. Мы предполагаем, что аккреция стационарная и сферически-симметричная. В данном подпункте будем рассматривать произвольное уравнение состояния вещества. Тензор энергии-импульса будем записывать в виде [32]:

$$T^{\mu\nu} = wu^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu} = (p + \epsilon)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

$$T^\mu_\nu = (p + \epsilon)u_\nu u^\mu - p\delta^\mu_\nu, \quad (3.2)$$

где w - тепловая функция единицы объема.

Будем работать с $G = c = 1$.

Метрика Шварцшильда записывается в виде [33]:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2M}{r}} - r^2(\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2). \quad (3.3)$$

Аккреция сферически-симметричная, поэтому примем $u^\mu = (u^t, u^r, 0, 0)$. Обозначим $u^t = V$, а $u^r = u$. Используя условие нормировки:

$$u^\mu u_\mu = 1, \quad (3.4)$$

получим:

$$V = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{2M}{r}} \left(1 + \frac{u^2}{1 - \frac{2M}{r}}\right)}. \quad (3.5)$$

Законы сохранения энергии и импульса содержатся в уравнении [32]:

$$T^\mu_{\nu;\mu} = 0. \quad (3.6)$$

Т.к. тензор энергии-импульса симметричный, то [33]:

$$T^\mu_{\nu;\mu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g}T^\mu_\nu)}{\partial x^\mu} - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} T^{\mu\sigma}. \quad (3.7)$$

Т.к. аккреция не только сферически-симметричная, но и еще стационарная, то есть зависимость только от радиуса, т.е. от x^1 .

Положим в формуле (3.7) $\nu = 0$. Тогда:

$$\frac{\partial(\sqrt{-g}T^1_0)}{\partial r} = \frac{\partial(\sqrt{-g}(p + \epsilon)u_0 u^1)}{\partial r} = 0. \quad (3.8)$$

Для метрики (3.5) получаем:

$$-g = r^4 \sin^2 \theta, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial (r^2 |\sin \theta| (p + \epsilon) (1 - \frac{2M}{r}) Vu)}{\partial r} = 0. \quad (3.10)$$

Уравнение (3.8) описывает сохранение потока энергии, после интегрирования мы получим темп аккреции в энергетическом смысле:

$$\dot{M} = 4\pi(p + \epsilon)ur^2 \sqrt{1 - \frac{2M}{r} + u^2}. \quad (3.11)$$

Выражение не зависит от радиуса, т.е. мы можем вычислять его в удобной для нас точке.

Положим в (3.7) $\nu = 1$ и получим уравнение:

$$uu' = -\frac{p'}{\epsilon + p} \left(1 - \frac{2M}{r} + u^2\right) - \frac{M}{r^2}, \quad (3.12)$$

где штрихом обозначено дифференцирование по радиусу.

Введем 4-вектор тока частиц вещества $n^\mu = nu^\mu$, где n -плотность числа барионов и запишем для него закон сохранения:

$$(nu^\mu)_{;\mu} = 0, \quad (3.13)$$

откуда получаем:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g}nu)}{\partial r} = 0, \quad (3.14)$$

$$\frac{2}{r} + \frac{n'}{n} + \frac{u'}{u} = 0. \quad (3.15)$$

Интегрируя, а затем комбинируя (3.10) и (3.14), получаем закон сохранения, который позволит нам связать параметры на бесконечности (при $r = \infty$ и $u = 0$) с параметрами в конкретной точке:

$$\left(\frac{p + \epsilon}{n}\right)^2 \left(1 - \frac{2M}{r} + u^2\right) = const. \quad (3.16)$$

Полученная система уравнений из (3.12), (3.15) и (3.16) согласуется с [24] и [25].

Введем скорость звука:

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\epsilon}, \quad (3.17)$$

где производная берется при постоянной энтропии.

Запишем термодинамическое тождество:

$$dE = TdS - pdV. \quad (3.18)$$

Мы предполагаем адиабатическое течение, поэтому $dS = 0$. Т.к. мы предполагаем сохраняющееся число частиц вещества N , то мы можем разделить на него уравнение (3.18) и перейти к удельным значениям, используя то, что $N = nV$:

$$d\frac{\epsilon}{n} = -pd\frac{1}{n}, \quad (3.19)$$

откуда получаем:

$$\frac{d\epsilon}{dn} = \frac{p + \epsilon}{n}. \quad (3.20)$$

Тогда для скорости звука (3.17) получаем:

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\epsilon} = \frac{dp}{dn} \frac{dn}{d\epsilon} = \frac{dp}{dn} \frac{n}{p + \epsilon} = \frac{p'}{n'} \frac{n}{p + \epsilon}. \quad (3.21)$$

Используя это, преобразуем (3.12) к виду:

$$uu' + c_s^2 \frac{n'}{n} \left(1 + u^2 - \frac{2M}{r} \right) + \frac{M}{r^2} = 0. \quad (3.22)$$

Разрешая систему уравнений (3.15) и (3.22) относительно $\frac{u'}{u}$ и $\frac{n'}{n}$:

$$\frac{u'}{u} = \frac{\frac{2}{r}c_s^2 \left(1 + u^2 - \frac{2M}{r} \right) - \frac{M}{r^2}}{u^2 - \left(1 + u^2 - \frac{2M}{r} \right) c_s^2}, \quad (3.23)$$

$$\frac{n'}{n} = \frac{\frac{M}{r^2} - \frac{2}{r}u^2}{u^2 - \left(1 + u^2 - \frac{2M}{r} \right) c_s^2}. \quad (3.24)$$

Из уравнений видно, что существует точка, в которой знаменатели обеих дробей обращаются в ноль. Для обеспечения гладкости функции потребуем в этой точке и зануление числителей. Данную точку назовем критической. Вычисление темпа аккреции будем производить в ней. Из занулений получим:

$$r_{cr} = \frac{M}{2u_{cr}^2}, \quad (3.25)$$

$$u_{cr}^2 = \frac{c_{s_{cr}}^2}{1 + 3c_{s_{cr}}^2}. \quad (3.26)$$

3.2 Вторая стадия

Наиболее содержательна именно вторая стадия аккреции, далее станет ясно почему. На данной стадии доминирует аккреция излучения, но также есть барионное вещество. Предположим, что установилось равновесие и температура вещества равна температуре излучения. Тогда из предположений, описанных в (2):

$$p = p_m + p_r = nkT + \frac{aT^4}{3}, \quad (3.27)$$

$$\epsilon = mn + \frac{1}{\gamma - 1}nkT + aT^4. \quad (3.28)$$

Найдем связь между n и T в нашем процессе (т.е. при постоянной энтропии). Для этого обратимся к (3.19) и подставим туда (3.27) и (3.28). После преобразований получим:

$$\frac{dT}{T} \left(\frac{1}{\gamma - 1}kT + \frac{4aT^4}{n} \right) = \frac{dn}{n} \left(kT + \frac{4aT^4}{3n} \right). \quad (3.29)$$

Т.к. мы в 2 показали, что на второй стадии излучение доминирует и $\beta_p \gg 1$, то получаем:

$$3 \frac{dT}{T} = \frac{dn}{n}. \quad (3.30)$$

После интегрирования получаем:

$$n = CT^3. \quad (3.31)$$

Подставим это в закон сохранения (3.16) и, учитывая доминацию излучения в энергии и давлении, получим после сокращения на константы:

$$T_{cr}^2 \left(1 - \frac{2M}{r_{cr}} + u_{cr}^2 \right) = T_\infty^2. \quad (3.32)$$

На данной стадии уравнение состояния вещества имеет вид (2.14) и тогда для скорости звука из (3.17) получаем:

$$c_{cr}^2 = \frac{1}{6}. \quad (3.33)$$

Тогда из (3.25) и (3.26) мгновенно получаем:

$$r_{cr} = 3M, \quad (3.34)$$

$$u_{cr}^2 = \frac{1}{6}, \quad (3.35)$$

а для температуры в критической точке получим:

$$T_{cr} = \sqrt{2}T_{\infty}. \quad (3.36)$$

Подставляя найденные значения (3.34), (3.35) и (3.36) в выражение для темпа аккреции (3.11), считая, что $p + \epsilon = p_r + \epsilon_r = 4p_r$, получим:

$$\dot{M} = 32\sqrt{3}\pi a T_{\infty}^4 M^2. \quad (3.37)$$

Восстанавливая размерность и отбрасывая индексы для параметров на бесконечности, получим выражение для темпа аккреции на 2-ой стадии:

$$\dot{M}_2 = 128\sqrt{3}\pi \frac{\sigma G^2}{c^6} T^4 M^2. \quad (3.38)$$

Полученное выражение согласуется с [28].

3.3 Первая стадия

Вернемся теперь к первой стадии аккреции. Т.к. на этой стадии аккреции существенную роль играют электрон-позитронные пары, то нужно для начала понять, является ли их газ вырожденным. Вырождение будет определяться свободными электронами.

Энергия Ферми для электронного газа [31]:

$$E_F = (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m_e} n_e^{\frac{2}{3}}. \quad (3.39)$$

Из условия электронейтральности :

$$n_e = \gamma_p n, \quad (3.40)$$

где γ_p - относительное содержание протонов. Введем параметр ψ :

$$\psi = \frac{E_F}{kT}. \quad (3.41)$$

Учитывая изменение n и T со временем (2.9) и (2.6) получим:

$$\psi = (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{2m_e k} (\gamma_p)^{\frac{2}{3}} \frac{n_0^{\frac{2}{3}}}{T_0} \left(\frac{z+1}{z_0+1} \right). \quad (3.42)$$

Возьмем $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}$ Js, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ $\frac{J}{K}$, $\gamma_p = \frac{1}{2}$, $n_0 = 0.22 \frac{1}{\text{м}^3}$, $T_0 = 2.7$ K, $z_0 = 0$ и получим зависимость $\psi = 3.5 \cdot 10^{-16} (z +$

1). Видно, что для z , лежащих между $z_{12} = 0.385 \cdot 10^{10}$ до $z_1 = 0.385 \cdot 10^{12}$, $\psi \ll 1$. Следовательно, будем считать газ электрон-позитронных пар невырожденным. Тогда для давления пар получаем [34]:

$$p_p = \frac{7\sigma}{3c} T^4. \quad (3.43)$$

Вклад нейтрино меньше в 2 раза чем вклад пар из-за статистического веса [35], но нейтрино - 3 вида, поэтому общее давление:

$$p = \frac{43\sigma}{6c} T^4 \quad (3.44)$$

Видно, что это выражение отличается от давления излучения (2.10) лишь множителем. Следовательно, в выражении для темпа аккреции (3.38) изменится также лишь коэффициент. Именно поэтому мы и рассматривали сначала вторую стадию. Темп аккреции на первой стадии имеет вид:

$$\dot{M}_1 = 688\sqrt{3\pi} \frac{\sigma G^2}{c^6} T^4 M^2. \quad (3.45)$$

3.4 Третья стадия

На этой стадии излучение уже открепилось от вещества, и аккрецирует только вещество. Т.к. все определяется нерелятивистским веществом, то и аккреция нерелятивистская. Для давления и плотности энергии мы будем пользоваться уравнениями (2.7) и (2.8). Подставляя их в (3.19), получим:

$$n = CT^{\frac{1}{\gamma-1}}. \quad (3.46)$$

С учетом этого выражение для скорости звука (3.17) принимает классический вид:

$$c_s^2 = \frac{\gamma kT}{m}. \quad (3.47)$$

Далее, подставляя в (3.16) выражения (2.7) и (2.8), а также (3.25) и (3.26), после преобразований и сокращения констант получим:

$$\left(1 + \frac{c_{s_{cr}}^2}{\gamma - 1}\right)^2 \frac{1}{1 + 3c_{s_{cr}}^2} = \left(1 + \frac{c_{s_{\infty}}^2}{\gamma - 1}\right)^2. \quad (3.48)$$

Легко видеть из (3.47), что $c_s \ll 1$, поэтому после разложения (3.48) получим:

$$c_{s_{cr}} = \left(\frac{2}{5 - 3\gamma}\right)^{\frac{1}{2}} c_{s_{\infty}}, \quad (3.49)$$

с учетом (3.46) получаем:

$$n_{cr} = \left(\frac{2}{5 - 3\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} n_{\infty}. \quad (3.50)$$

Тогда выражение для темпа аккреции (3.11) с учетом нерелятивизма принимает вид:

$$\dot{M} = \left(\frac{2}{5 - 3\gamma} \right)^{\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}} \pi M^2 \frac{mn_{\infty}}{c_{\infty}^3}. \quad (3.51)$$

Восстанавливая размерность и отбрасывая индексы для параметров на бесконечности, пользуясь соотношением $\rho = mn$, получаем классическую формулу Бонди [23]:

$$\dot{M} = \alpha \pi (GM)^2 \frac{\rho}{c_s^3}, \quad (3.52)$$

где

$$\alpha = \left(\frac{2}{5 - 3\gamma} \right)^{\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}}. \quad (3.53)$$

4 Рост черной дыры

Используя полученные в 3 выражения для темпа аккреции, мы можем исследовать рост черной дыры на каждой из стадий аккреции.

4.1 Первая стадия

Мы предполагаем, что черная дыра образовалась после фазового перехода КХД при t_1 (2) и имеет начальную массу M_0 .

Для нахождения закона изменения массы черной дыры, нам нужно в выражении (3.45) учесть изменение температуры со временем (2.6):

$$\dot{M} = 688\sqrt{3}\pi \frac{\sigma G^2}{c^6} T_r^4 \frac{t_u^2}{(1+z_{23})^3} \frac{M^2}{t^2}. \quad (4.1)$$

Обозначая $\eta_1 = 688\sqrt{3}\pi \frac{\sigma G^2}{c^6} T_r^4 \frac{t_u^2}{(1+z_{23})^3}$, после интегрирования получим:

$$M(t) = \frac{M_0}{1 - \eta_1 \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t} \right) M_0}. \quad (4.2)$$

Полученный результат согласуется с [27].

В данной модели масса черной дыры может обратиться в бесконечность. Найдем критическую начальную массу, при которой это происходит. Устремим время к бесконечности, тогда получим что знаменатель зануляется при

$$M_{cr_1} = \frac{t_1}{\eta_1}. \quad (4.3)$$

Численно $M_{cr_1} = 2.35M_\odot$. Видно, что сильный рост будет только для черных дыр с начальной массой близкой к критической. На Рис.1 представлены графики роста для черных дыр с различной начальной массой. Видно, что при $M_0 > M_{cr_1}$ наша модель будет давать неограниченный рост. На Рис.2 представлен график роста для черной дыры с $M_0 = 2.3M_\odot$ на протяжении все первой стадии.

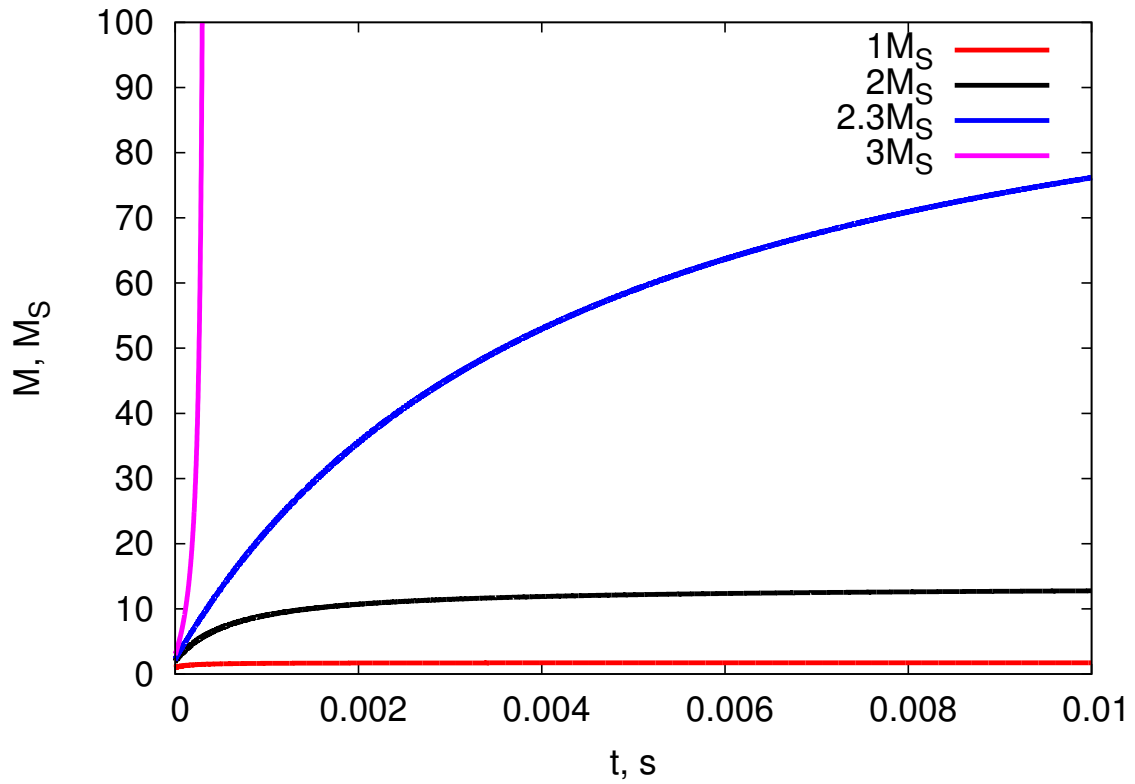


Рис. 1: Изменение массы черной дыры со временем в начале первой стадии. Различные линии соответствуют различной начальной массе.

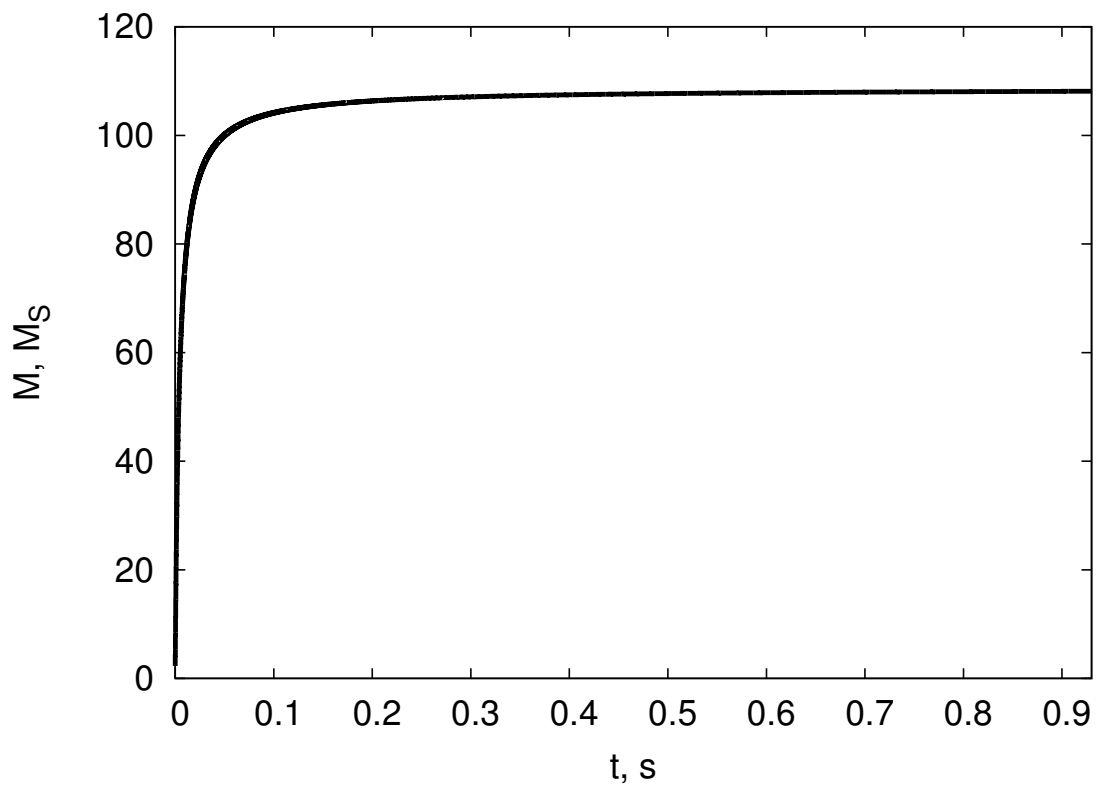


Рис. 2: Изменение массы черной дыры со временем на протяжении всей первой стадии при $M_0 = 2.3M_{\odot}$

4.2 Вторая стадия

Вторая стадия практически полностью аналогична первой. Пусть на момент ее начала черная дыра имеет массу M_{12} . Тогда получаем:

$$M(t) = \frac{M_{12}}{1 - \eta_2 \left(\frac{1}{t_{12}} - \frac{1}{t} \right) M_{12}}, \quad (4.4)$$

где $\eta_2 = 128\sqrt{3}\pi \frac{\sigma G^2}{c^6} T_r^4 \frac{t_u^2}{(1+z_{23})^3}$. Аналогично первой стадии определим критическую массу:

$$M_{cr_2} = \frac{t_{12}}{\eta_2}. \quad (4.5)$$

Численно получаем $M_{cr_2} = 1.3 \cdot 10^5 M_\odot$. Поведение роста черной дыры в зависимости от массы в конце первой стадии будет иметь вид, представленный на Рис.1. Если эта масса будет близка к M_{cr_2} , то начнется значительный рост и на протяжении этой стадии изменение массы черной дыры будет иметь вид, представленный на Рис.2.

4.3 Дорекомбинационная эпоха

Используя результаты, изложенные в 4.1 и 4.2 можно выяснить, как меняется масса первичной черной дыры в дорекомбинационную эпоху. На Рис.3 представлена общая динамика роста для разных начальных масс. Черная дыра с начальной массой $M_0 \approx M_{cr_1}$ может вырасти до какой угодно массы. Проблема бесконечного роста широко обсуждается, но пока не получила окончательного решения. Например, в [36] рассматривается аккреция скалярного поля, и показано, что рост черной дыры будет конечным из-за особенностей динамики поля в расширяющейся Вселенной. Тем не менее, ответа для реального состава Вселенной нет.

4.4 Третья стадия

Используя выражения для темпа аккреции, полученные в 3.4, мы можем найти как изменяется масса черной дыры и после рекомбинации. Но на данной стадии необходимо очень точно описывать рост гало. В [37] описано как можно считать рост черной дыры после рекомбинации, применяя в том числе формализм Пресса-Шехтера. Данная задача выходит за рамки рассматриваемой в данной работе.

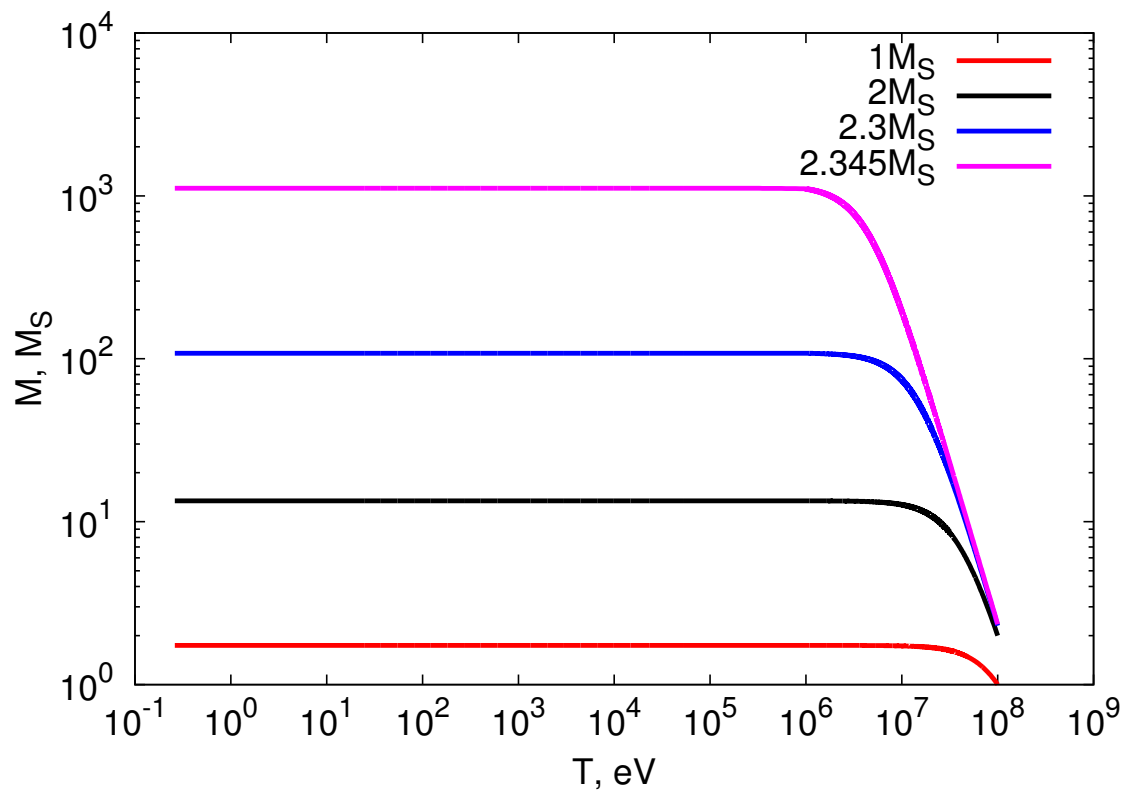


Рис. 3: Изменение массы черной дыры с температурой среды в дорекомбинационную эпоху. Различные линии соответствуют различной начальной массе.

5 Заключение

В данной работе была рассмотрена сферически-симметричная стационарная аккреция релятивистской плазмы с учетом эффектов ОТО. Получено выражение для скорости аккреции на черную дыру и сделана оценка ее динамики для реального состава Вселенной. Показано, что в приближении стационарной сферически-симметричной аккреции существует критическая начальная масса черной дыры, при которой ее рост будет бесконечным. Значение этой массы для условий в ранней Вселенной $M_{cr} = 2.35M_{\odot}$.

Решение этой проблемы, вероятно, связано с нестационарностью аккреции. Это требует проведения полных гидродинамических расчетов, которые планируются в дальнейшем. Важно подчеркнуть, что полученный результат показывает необходимость учета роста массы первичной черной дыры в дорекомбинационную эпоху.

Список литературы

- [1] X.Fan *New Astron. Rev.*, 50, 665 (2006)
- [2] D.J.Mortlock et al. *Nature*, 474, 616 (2011)
- [3] X.-B.Wu et al. *Nature*, 518, 512 (2015)
- [4] K.Inayoshi, Z.Haiman, J.P.Ostriker arXiv:1511.02116v2 (2016)
- [5] M.Volonteri *Science*, 337, 544 (2012)
- [6] N.Yoshida, K.Omukai K., L.Hernquist *Science*, 321, 669 (2008)
- [7] S.Hirano et al. *ApJ*, 781, 60 (2014)
- [8] T. Hosokawa et al. arXiv:1510.01407v2 (2016)
- [9] P.Madau, M.J.Rees *ApJL*, 551, L27 (2001)
- [10] Z.Haiman, A.Loeb *ApJ*, 552, 459 (2001)
- [11] M.Volonteri, F.Haardt, P.Madau *ApJ*, 582, 559 (2003)
- [12] A.Kulier et al. *ApJ*, 799, 178 (2015)
- [13] A.Loeb, F.A.Rasio *ApJ*, 432, 52 (1994)
- [14] S.P.Oh, Z.Haiman *ApJ*, 569, 558 (2002)
- [15] M.C.Begelman, M.Volonteri, M.J.Rees *MNRAS*, 370, 289 (2006)
- [16] F.Becerra et al. *MNRAS*, 446, 2380 (2015)
- [17] M.A.Latif, D.R.G.Schleicher, T.Hartwig *MNRAS*, 458, 233 (2016)
- [18] R.H.Sanders *ApJ*, 162, 791 (1970)
- [19] S.F.Portegies Zwart et al. *Nature*, 428, 724 (2004)
- [20] B.Devecchi, M.Volonteri *ApJ*, 694, 302 (2009)
- [21] H.Katz, D.Sijacki, M.G.Haehnelt *MNRAS*, 451, 2352 (2015)
- [22] H.Yajima, S.Khochfar *MNRAS*, 457, 2423 (2016)
- [23] H.Bondi *MNRAS*, 112, 195 (1952)
- [24] F.C.Michel *Astrophys. Space Sci.*, 15, 153 (1972)

- [25] S.L.Shapiro ApJ, 180, 531 (1973)
- [26] A.D.Dolgov, S.I.Blinnikov Phys. Rev. D 89, 021301 (2014)
- [27] Y.B.Zeldovich, I.D.Novikov Sov. Astron. A. J., 10, 602 (1967)
- [28] E.Babichev, V.Dokuchaev, Y.Eroshenko J. Exp. Theor. Phys., 100, 528 (2005)
- [29] Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков *Теория тяготения и эволюции звезд* (Москва, Наука, 1971).
- [30] Д.С.Горбунов, В.А.Рубаков *Введение в теорию ранней Вселенной* (Москва, 2006)
- [31] Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц *Статистическая физика Ч.I* (Физматлит, 2002)
- [32] Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц *Гидродинамика* (Москва, 2000)
- [33] Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц *Теория поля* (Физматлит, 2003)
- [34] S.I.Blinnikov, N.V.Dunina-Barkovskaya, D.K.Nadyozhin ApJ Supp. Ser. 106, 171 (1996)
- [35] Г.С.Бисноватый-Коган *Физические основы звездной эволюции* (Москва, Наука, 1989)
- [36] Carr et al. Class. Quant. Grav. (2010)
- [37] V.K.Dubrovich, S.I.Glazyrin arXiv:1208.3999 (2013)