

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский Физико-Технический институт  
(Государственный университет)»

Кафедра теоретической астрофизики и квантовой теории поля

## Спиновые осцилляции нейтрино в поляризованной среде

(выпускная квалификационная работа бакалавра)

**Выполнила:**

студентка 424 группы  
Купчева Елизавета Сергеевна

**Научный руководитель:**

д.ф.-м.н., Тернов А.И.

Долгопрудный, 2018 г.

# Содержание

1	Введение	3
2	Спиновые осцилляции дираковского нейтрино в поляризованной среде	4
3	Спиновые осцилляции дираковского нейтрино с магнитным моментом	8
4	Спиновые осцилляции майорановского нейтрино	10
5	Заключение	11
	Список литературы	11

# 1 Введение

Изучение электродинамики массивных нейтрино, распространяющихся в плотной среде представляет большой интерес для физики элементарных частиц и имеет важные астрофизические приложения [1–3].

Массивные нейтрино обладают дипольными магнитными моментами  $\mu_{ij}$ , где индексы  $i$  и  $j$  нумеруют состояния с определенной массой. Диагональный магнитный момент  $\mu_{ii} = \mu_\nu$  существует только у дираковских нейтрино [4–6], при взаимодействии с внешним магнитным полем, он вызывает прецессию спина дираковского нейтрино [4, 7, 8]. Переходные магнитные моменты  $\mu_{ij}, i \neq j$  имеются как у дираковских, так и у майорановских нейтрино и вызывают спин-флейворские осцилляции [9, 10] - переверт спиральности нейтрино с изменением его аромата.

В рамках минимально расширенной Стандартной Модели диагональный магнитный момент дираковского нейтрино оказывается очень мал [4]:

$$\mu_{ii} = \mu_\nu = \frac{3eG_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2} \simeq 3.2 \times 10^{-19} \mu_B \left( \frac{m_\nu}{1 \text{ эВ}} \right), \quad (1)$$

диагональные магнитные моменты оказываются ещё меньше. Здесь  $e$  - абсолютное значение заряда электрона,  $m_\nu$  - масса нейтрино,  $\mu_B$  - магнетон Бора. Современные оценки сверху на значение диагонального магнитного момента намного больше выражения (1). В частности анализ астрофизических данных дает ограничение  $\mu_\nu \leq (1.1 - 2.6) \times 10^{-12} \mu_B$  [11, 12]. В дальнейшем в нашей работе мы используем это ограничение.

При движении нейтрино в среде, возможно появление спиновых осцилляций. Это может происходить как за счет взаимодействия нейтрино с движущейся перпендикулярно по направлению к движению нейтрино средой [3], так и в силу того что при движении нейтрино в диспергирующей среде изменяется эффективная вершина электромагнитного взаимодействия нейтрино [13, 14]. При этом возникают, новые величины, характеризующие взаимодействие нейтрино со средой, одной из них является индуцированный магнитный момент нейтрино, отвечающий вкладу псевдовекторных токов частиц среды в эффективную вершину взаимодействия нейтрино [13, 15, 16]

В первой части нашего рассмотрения мы пренебрегаем вкладом диагонального магнитного момента на фоне индуцированного магнитного момента, который, в свою очередь, может достигать очень больших значений при распространении нейтрино в среде. В частности, если эта среда представляет собой вырожденный электронный газ (например, коллапсирующее ядро сверхновой, внутренние области нейтронной звезды), индуцированный магнитный момент электронного нейтрино равен:

$$\mu_\nu^{ind} = -\frac{eG_F p_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \simeq -2.2 \times 10^{-13} \mu_B \left( \frac{p_F}{1 \text{ МэВ}} \right), \quad (2)$$

где  $p_F$  - импульс Ферми электронного газа:

$$p_F \simeq 130 \times \left( \frac{n_e}{10^{37} \text{ см}^{-3}} \right)^{1/3} \text{ МэВ}. \quad (3)$$

Для нейтрино других ароматов знак ИММ противоположен случаю электронного нейтрино.

## 2 Спиновые осцилляции дираковского нейтрино в поляризованной среде

Вначале мы рассмотрим спиновые осцилляции дираковского нейтрино, происходящие только за счет его взаимодействия с неподвижной поляризованной средой, не учитывая взаимодействие его диагонального магнитного момента с внешним магнитным полем  $B$ , направленным вдоль оси  $Z$ .

Движение нейтрино в среде можно описать при помощи дополнительного слагаемого в лагранжиане свободного Дираковского поля, обусловленного когерентным рассеянием нейтрино на частицах среды [3, 17–19]. Это слагаемое записывается следующим образом:

$$\mathcal{L}_{eff} = -f^\mu (\bar{\nu}(x)\gamma^\mu \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\nu(x)), \quad (4)$$

где  $\mathcal{L}_{eff}$  учитывает взаимодействие нейтрино со средой через заряженный и нейтральный токи, а также возможные эффекты, связанные с движением и поляризацией самой среды. Мы используем дираковское представление для гамма-матриц,  $\gamma_5$  определяется как  $\gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ . Четырехмерный вектор  $f^\mu$  выражается как:

$$f^\mu = \sqrt{2}G_F \sum_{f=e,p,n} \left( j_f^\mu q_f^{(1)} + \lambda_f^\mu q_f^{(2)} \right), \quad (5)$$

где:

$$q_f^{(1)} = I_{3L}^{(f)} - 2Q^{(f)} \sin^2 \theta_W + \delta_{ef} \delta_{\nu\nu_e}, \quad q_f^{(2)} = -(I_{3L}^{(f)} + \delta_{ef} \delta_{\nu\nu_e}), \quad (6)$$

$$\delta_{ef} = \begin{cases} 1, & \text{если } f = e, \\ 0, & \text{если } f = n, p, \end{cases} \quad \delta_{\nu\nu_e} = \begin{cases} 1, & \text{если } \nu = \nu_e, \\ 0, & \text{если } \nu = \nu_\mu, \nu_\tau, \end{cases}$$

где  $I_{3L}^{(f)}$  — третья компонента изоспина фермиона среды, а  $Q^{(f)}$  — величина его электрического заряда, а  $j_f^\mu$  и  $\lambda_f^\mu$  — 4-ток электронов среды и 4-вектор поляризации среды соответственно.

Поляризация среды возникает под влиянием внешнего магнитного поля  $B$ , параллельного оси  $Z$ . В случае вырожденного электронного газа она возникает за счет электронов, находящихся на основном уровне Ландау, и в пределе слабого поля:

$$eB \ll p_F^2 \quad (7)$$

пропорциональна магнитному полю [20]. Кроме того, спин электронов, находящихся на основном уровне Ландау, направлен против внешнего магнитного поля, поэтому итоговая поляризация также направлена против поля.

Для описания осцилляций спиральности нейтрино перейдем к гамильтоновой форме записи уравнения Дирака:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_e^{s=-1} \\ \nu_e^{s=1} \end{pmatrix} = (\hat{H}_0 + \hat{H}_{med} + \hat{H}_{AMM}) \begin{pmatrix} \nu_e^{s=-1} \\ \nu_e^{s=1} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где  $\hat{H}_0 = c(\alpha_i \hat{p}_i) + \hat{\beta} m c^2$ ,  $\hat{H}_{AMM}$  отвечает за взаимодействие аномального магнитного момента нейтрино с внешним полем и не рассматривается нами в этой части, а  $\hat{H}_{med}$  — вклад среды, который записывается следующим образом:

$$\hat{H}_{med} = \frac{1}{2} \gamma^0 \gamma_\mu (1 + \gamma_5) f^\mu. \quad (9)$$

Мы считаем, что поляризованная среда неподвижна, и преобладающий вклад в поляризацию среды вносят электроны. Кроме того, не учитывается смешивание нейтрино — предполагается, что состояния с определенной массой являются также состояниями с определенным ароматом. Используя явное выражение для поляризации из работы [20], перепишем слагаемое в гамильтониане, отвечающее за взаимодействие нейтрино со средой:

$$\hat{H}_{med} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)f^{(0)} + \frac{1}{2}\gamma^0\gamma_3(1 + \gamma_5)f^{(3)} = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)f^{(0)} - \mu_e^{ind}B\Sigma_3(1 + \gamma_5). \quad (10)$$

Для первого слагаемого, согласно формулам (5) и (6), в случае электронного нейтрино, взаимодействующего с электронами неподвижной среды, мы получаем:

$$f^{(0)} = \sqrt{2}G_F \left( n_e \left( \frac{1}{2} + 2 \sin^2 \Theta_W \right) + n_p \left( \frac{1}{2} - 2 \sin^2 \Theta_W \right) - \frac{n_n}{2} \right). \quad (11)$$

Записывая это же выражение через распространенность электронов  $Y_e = n_e/n_B$ , где  $n_B$  — концентрация нуклонов, и  $Y_p, Y_n$  — распространенности протонов и нейтронов соответственно, получим:

$$f^{(0)} = \frac{\sqrt{2}}{2}G_F n_B (3Y_e - 1), \quad (12)$$

где мы считаем, что среда электронейтральна ( $Y_e = Y_p$ ), и учитываем, что  $Y_p + Y_n = 1$ . Слагаемое в гамильтониане, в которое входит  $f^{(0)}$ , аналогично потенциалу Михеева — Смирнова — Вольфенштейна [21, 22]; в дальнейшем мы будем обозначать его  $V_e$ . Для вычисления матричных элементов  $\langle \nu_e^s | \hat{H}_{med} | \nu_e^{s'} \rangle$  по состояниям с определенной спиральностью мы используем решения свободного уравнения Дирака с явно выделенной зависимостью от спиральности:

$$\Psi(t, r) = \frac{e^{\frac{i}{\hbar}(\xi E_p t - p_i r_i)}}{2\sqrt{V}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{\xi mc^2}{E_p}} \cdot \sqrt{1 + \frac{sp_z}{p}} \\ s \sqrt{1 + \frac{\xi mc^2}{E_p}} \cdot \sqrt{1 - \frac{sp_z}{p}} e^{i\delta} \\ s \xi \sqrt{1 - \frac{\xi mc^2}{E_p}} \cdot \sqrt{1 + \frac{sp_z}{p}} \\ \xi \sqrt{1 - \frac{\xi mc^2}{E_p}} \cdot \sqrt{1 - \frac{sp_z}{p}} e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

где  $s$  — спиральность нейтрино,  $\xi$  — знак энергии, а  $\text{tg } \delta = \frac{p_y}{p_x}$ . В итоге получим:

$$\hat{H}_{med} = \begin{pmatrix} 2\mu_e^{ind}B_{\parallel} + V_e & -\mu_e^{ind}B_{\perp}\gamma^{-1} \\ -\mu_e^{ind}B_{\perp}\gamma^{-1} & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где  $B_{\perp}$  и  $B_{\parallel}$  — поперечная и продольная импульсу нейтрино компоненты магнитного поля соответственно,  $\gamma$  — гамма фактор нейтрино. Тогда вероятность перехода нейтрино из состояния с левой спиральностью в состояние с правой спиральностью за время  $t$  запишется как:

$$P_{\nu_L \rightarrow \nu_R} = \frac{(2\mu_e^{ind}B_{\perp}\gamma^{-1})^2}{(V_e + 2\mu_e^{ind}B_{\parallel})^2 + (2\mu_e^{ind}B_{\perp}\gamma^{-1})^2} \sin^2 \left( \frac{t}{\hbar} \Delta E \right), \quad (15)$$

где  $\Delta E$  — разность между энергетическими уровнями состояний с разной спиральностью:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \sqrt{(V_e + 2\mu_e^{ind}B_{\parallel})^2 + (2\mu_e^{ind}B_{\perp}\gamma^{-2})}. \quad (16)$$

В реальных астрофизических условиях, например, в коллапсирующей сверхновой, вероятность (15) оказывается очень мала. Это связано с тем, что величина  $V_e$  оказывается много больше члена, пропорционального продольному полю  $B_{\perp}$ . Тем не менее, для  $V_e$  существует возможность обратиться в нуль. Действительно, согласно (12),  $V_e$  обращается в нуль при условии:

$$Y_e = 1/3. \quad (17)$$

При выполнении этого условия в вероятности переверота спиральности (15) наступает резонанс. Интересно, что условие (17) действительно может выполняться в реальных астрофизических объектах — например, в коллапсирующей сверхновой звезде. Во время импульса нейтронизации, в течении которого звезда излучает только электронные нейтрино (продолжающийся в течении первых 25 мс после "отскока" ядра), происходит мощная делептонизация вещества [23], и распространенность электронов  $Y_e$  в звезде имеет радиальную зависимость с характерным провалом, в котором  $Y_e$  принимает значения от 0.2 до 0.5 [24–26]. Соответственно, в звезде имеется область, в которой выполняется условие (17). Кроме того, такое радиальное распределение  $Y_e(r)$  сохраняется в течении долгого времени после импульса нейтронизации (больше чем 400 мс), из чего следует, что резонансная конверсия может затронуть и электронные нейтрино, испускающиеся в последующие стадии излучения нейтрино. Условие (17) выполняется при массовых плотностях порядка  $\rho_B \sim 10^8 - 10^{12} \text{ г/см}^3$ , смотри [24–27]. В дальнейшем для определенности мы считаем, что  $\rho_B = 10^{12} \text{ г/см}^3$ .

Динамика переходов в резонансном случае определяется параметром адиабатичности  $\kappa$ . Резонансные переходы будут эффективными только при условии соблюдения соответствующего неравенства:

$$\kappa = \frac{2(2\mu_e^{ind} B_{\perp} \gamma^{-1})^2}{|dV_e/dr|} \gtrsim 1, \quad (18)$$

которое требует, чтобы ширина резонанса была порядка или больше половины осцилляционной длины [28–30]. При этом вероятность перехода между состояниями с одинаковой спиральностью в условиях нарушения адиабатичности определяется формулой Ландау-Зинера:

$$P_f = \exp\left(-\frac{\pi}{4}\kappa\right). \quad (19)$$

Поэтому при  $\kappa \gg 1$  происходит практически полная конверсия левых нейтрино в правые. Условие адиабатичности накладывает ограничение снизу на внешнее магнитное поле:

$$B \gtrsim 1.2 \times 10^{12} \gamma \left(\frac{\rho_B}{10^{12} \text{ г/см}^3}\right)^{1/6} \left(\frac{dY_e/dr}{10^{-8} \text{ см}^{-1}}\right)^{1/2} \left(\frac{Y_e}{1/3}\right)^{-1/3} \text{ Гс}. \quad (20)$$

Интересно, что магнитное поле в условиях адиабатичности (19) и (20) прямо пропорционально гамма-фактору нейтрино. Это означает, что при фиксированном магнитном поле конверсия нейтрино с меньшей энергией будет происходить эффективнее, чем конверсия нейтрино с большей энергией. Кроме того, для нейтрино с большей энергией потребуется и большее магнитное поле, чтобы удовлетворить условию адиабатичности. Интересно, что в условии (20) магнитное поле пропорционально  $dY_e/dr$ . Это означает, что для эффективности переходов в резонансном режиме величина  $Y_e = n_e/n_B$  должна плавно меняться с расстоянием.

Кроме того, на магнитное поле накладывает ограничение сверху, которое возникает в силу принятого нами условия слабого поля (7). Согласно с этим условием мы получаем:

$$B \ll 2.2 \times 10^{17} \left(\frac{\rho_B}{10^{12} \text{ г/см}^3}\right)^{2/3} \left(\frac{Y_e}{1/3}\right)^{2/3} \text{ Гс}. \quad (21)$$

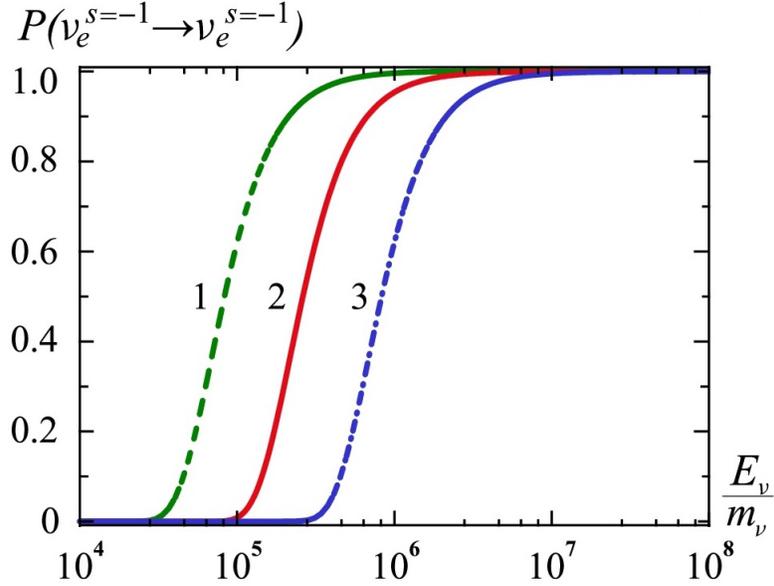


Рис. 1: Вероятность выживания дираковских электронных нейтрино с отрицательной спиральностью в зависимости от отношения энергии и массы нейтрино, при  $B = 6.6 \times 10^{16}$  Гс,  $\rho_B = 10^{12}$  г/см<sup>3</sup>,  $Y_e = 1/3$ , линия 1:  $dY_e/dr = 10^{-8}$  см<sup>-1</sup>, линия 2:  $dY_e/dr = 10^{-9}$  см<sup>-1</sup>, линия 3:  $dY_e/dr = 10^{-10}$  см<sup>-1</sup>

Мы рассматриваем поведение параметра адиабатичности (18) для трех случаев:  $dY_e/dr = 10^{-8}$  см<sup>-1</sup>,  $dY_e/dr = 10^{-9}$  см<sup>-1</sup> и  $dY_e/dr = 10^{-10}$  см<sup>-1</sup>. Однако стоит отметить, что поведение  $dY_e/dr$  в точке  $Y_e = 1/3$  существенно меняется с течением времени. Так, в течении малого времени после отскока ядра ( $< 3$  мс) параметр  $dY_e/dr = 10^{-9}$  см<sup>-1</sup>, и наблюдаемый нами эффект приводит к ослаблению потока низкоэнергетичных электронных нейтрино, после чего в зависимости  $Y_e(r)$  начинает наблюдаться уже упоминавшийся ранее провал,  $dY_e/dr$  в точке  $Y_e = 1/3$  некоторое время уменьшается и при времени  $\sim 100 - 150$  мс достигает значений  $10^{-9} - 10^{-8}$  см<sup>-1</sup>, после чего начинает резко возрастать, и ко времени  $\sim 500$  мс после отскока ядра конверсии левых электронных нейтрино в правые практически не наблюдается [25, 26, 31, 32].

Магнитное поле в нашем рассмотрении принимает значение  $B = 6.6 \times 10^{16}$  Гс. Это значение удовлетворяет условиям (20) и (21) и не противоречит современным исследованиям, согласно которым в коллапсирующей сверхновой магнитное поле может достигать значений  $10^{16} - 10^{17}$  Гс [33, 34].

Рисунок 1 иллюстрирует зависимость вероятности выживания состояний с отрицательной спиральностью от энергии (мы считаем массу электронного нейтрино равной 1 эВ, что не противоречит современным оценкам). Как видно, при разных значениях  $dY_e/dr$  общая картина остается одинаковой, и при соблюдении условия резонанса для нейтрино низких энергий наблюдается практически полная конверсия левых нейтрино в правые, которые практически не взаимодействуют со средой; соответственно, наблюдается ослабление нейтринного потока от коллапсирующей звезды. С повышением энергии появляется область, в которой нейтрино конвертируются лишь частично, после чего при высоких энергиях конверсия нейтрино полностью отсутствует, происходит сильное нарушение адиабатичности.

Например, при  $dY_e/dr = 10^{-9}$  см<sup>-1</sup> конверсия затрагивает нейтрино с энергиями вплоть до 1 МэВ, причем нейтрино с энергиями до 0.1 МэВ конвертируются полностью.

Итак, мы видим, что взаимодействие магнитного индуцированного момента с поляризованной средой приведет к ослаблению нейтринного потока от звезды, причем максимальный эффект будет наблюдаться при  $t \sim 100 - 150$  мс после отскока ядра.

### 3 Спиновые осцилляции дираковского нейтрино с магнитным моментом

В этой части помимо взаимодействия нейтрино с поляризованной средой мы также учтем прямое взаимодействие его магнитного момента с внешним полем, которым мы пренебрегали при предыдущем рассмотрении. Наличие аномального магнитного момента у дираковского нейтрино приводит к осцилляциям его спина не только в среде, но и в вакууме. Спиновые осцилляции нейтрино без учета взаимодействия со средой рассматривались в целом ряде работ, посвященных проблеме солнечных нейтрино [7, 35] и эволюции сверхновых звезд [8, 27]. Слагаемое в гамильтониане, отвечающее за взаимодействие с магнитным полем, записывается как:

$$\hat{H}_{АММ} = -\mu_e^0 B \gamma^0 \Sigma^3, \quad (22)$$

где  $\mu_e^0$  — диагональный магнитный момент электронного нейтрино. Матричные элементы гамильтониана, отвечающие этому взаимодействию:

$$\hat{H}_{АММ} = \begin{pmatrix} \mu_e^0 B_{\parallel} \gamma^{-1} & -\mu_e^0 B_{\perp} \\ -\mu_e^0 B_{\perp} & -\mu_e^0 B_{\parallel} \gamma^{-1} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

При учете этого слагаемого вероятность перехода электронного нейтрино  $\nu_e^{s=-1} \rightarrow \nu_e^{s=+1}$  за время  $t$  примет следующий вид:

$$P_{\nu_L \rightarrow \nu_R} = \frac{(2(\mu_e^{ind} \gamma^{-1} + \mu_e^0) B_{\perp})^2}{(2(\mu_e^{ind} \gamma^{-1} + \mu_e^0) B_{\perp})^2 + (2(\mu_e^{ind} + \mu_e^0 \gamma^{-1}) B_{\parallel} + V_e)^2} \sin^2 \left( \frac{\Delta E t}{\hbar} \right), \quad (24)$$

где:  $\Delta E \simeq \sqrt{(V_e + \mu_e^{ind} B_{\parallel})^2 + (2\mu_e^0 B_{\perp})^2}$ . Также как и при рассмотрении предыдущего случая, мы пренебрегаем слагаемыми, домноженными на продольное поле. Тогда согласно (12), резонанс наступает при:

$$Y_e \approx 1/3. \quad (25)$$

Несмотря на то что условие резонанса осталось прежним, у этого случая есть существенное отличие от предыдущего. При одновременном рассмотрении спиновых осцилляций как под влиянием взаимодействия внешнего магнитного поля с магнитным моментом нейтрино, так и под влиянием поляризованной среды появляется возможность для обращения вероятности (24) в нуль. Для этого должно выполняться следующее условие:

$$\mu_e^{ind} \gamma^{-1} = -\mu_e^0. \quad (26)$$

Данное условие действительно может выполняться, так как согласно (1) и (2) диагональный магнитный момент и индуцированный магнитный момент дираковского электронного нейтрино имеют разные знаки. Таким образом, возможна ситуация, когда несмотря на выполнение условия резонанса, вероятность переворота спиральности (24), тем не менее, остается нулевой. Впервые возможность исчезновения осцилляций с переворотом спиральности нейтрино была предсказана в [36].

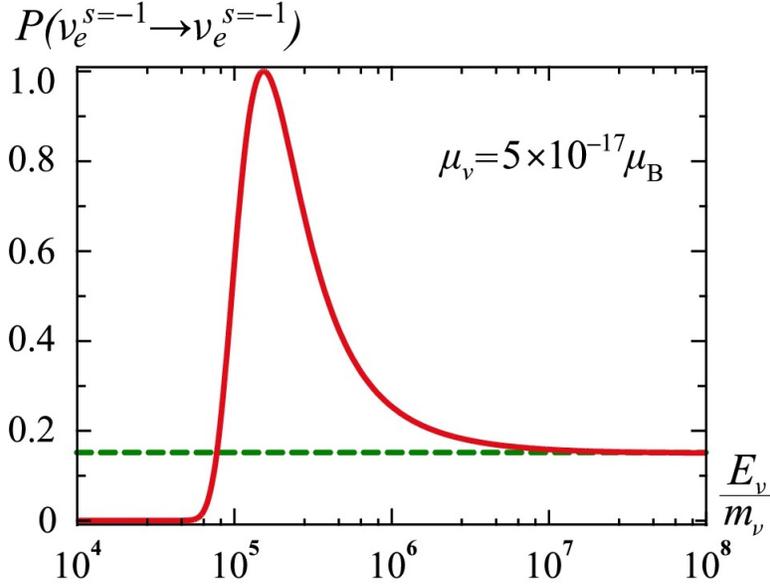


Рис. 2: Вероятность выживания электронных дираковских нейтрино с отрицательной спиральностью в зависимости от отношения энергии и массы нейтрино. Штриховая линия отвечает случаю, когда взаимодействие обеспечивается только диагональным магнитным моментом

Дальнейшее рассмотрение динамики резонансных переходов левых нейтрино в стерильные правые состояния мы проведем, рассматривая параметр адиабатичности, который в нашем случае записывается как:

$$\kappa = \frac{2(2(\mu_e^{ind}\gamma^{-1} + \mu_\nu^0)B_\perp)^2}{|dV_e/dr|} \gtrsim 1. \quad (27)$$

Напомним, что вероятность выживания левых нейтрино при нарушении адиабатичности дается формулой Ландау-Зенера (19). Мы рассматриваем вероятности выживания аналогично предыдущему пункту, то есть считаем, что  $B = 6.6 \times 10^{16}$  Гс и  $\mu_e^{ind} = -7.9 \times 10^{-12} \mu_B$ . Аномальный магнитный момент положим равным  $\mu_\nu = 5 \times 10^{-17} \mu_B$ .

Как мы можем видеть из (27), при низких энергиях слагаемое  $\mu_e^{ind}\gamma^{-1}$  много больше слагаемого  $\mu_e^0$ , и взаимодействие со средой играет определяющую роль для вероятности выживания левых нейтрино ( $P(\nu_e^{s=-1} \rightarrow \nu_e^{s=-1})$ ). Поэтому на Рис. 2 при низких энергиях вероятность выживания ведет себя так же, как и на Рис. 1. С повышением энергии в области, где выполняется  $|\mu_e^{ind}| \sim |\mu_e^0|$ , вероятность выживания также начинает резко расти и достигает своего максимума при энергиях  $\sim 0.16$  МэВ (массу электронного нейтрино мы считаем равной 1 эВ, что не противоречит современным оценкам). При дальнейшем повышении энергии слагаемое  $|\mu_e^0|$  в (27) начинает преобладать, и вероятность выходит на постоянное, не зависящее от энергии значение.

Таким образом, учет аномального магнитного момента существенно влияет на конверсию левых нейтрино в правые. Наличие максимума в спектре электронных нейтрино от сверхновой может указывать на то, что нейтрино обладают достаточно большим магнитным моментом (в нашем случае  $\mu_e^0 > 10^{-17} \mu_B$ ).

## 4 Спиновые осцилляции майорановского нейтрино

Проведём аналогичное рассмотрение для случая майорановского нейтрино. Майорановское нейтрино тождественно своей античастице, поэтому не обладает диагональным магнитным моментом. Если такой магнитный момент и существует, то он должен нарушать  $CPT$  инвариантность [1]. Однако в среде симметрия между майорановским нейтрино и его античастицей может уже отсутствовать. Поэтому для майорановского нейтрино возможны переходы под влиянием ИММ. В отличие от случая дираковского нейтрино, правые состояния майорановского нейтрино не будут стерильными. Эффективный член в лагранжиане майорановского нейтрино, описывающий взаимодействие с поляризованной средой, записывается как:

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{1}{2}f^\mu(\bar{\chi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\chi(x)), \quad (28)$$

где  $f^\mu$  — тот же четыре-вектор, что и в случае дираковского нейтрино (5). Модифицированное уравнение Дирака, описывающее взаимодействие майорановского нейтрино со средой, поляризованной под действием магнитного поля  $B$ , направленного вдоль оси  $Z$ , записывается следующим образом:

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - \gamma_\mu\gamma_5f^\mu - m_e c)\Psi(x) = 0. \quad (29)$$

Так как  $\gamma^0\gamma^3\gamma^5 = -\Sigma^3$ , то в гамильтоновой форме это уравнение записывается как:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \nu_e^{s=-1} \\ \nu_e^{s=1} \end{pmatrix} = (\hat{H}_0 + \hat{H}_{med})\begin{pmatrix} \nu_e^{s=-1} \\ \nu_e^{s=1} \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$$\hat{H}_0 = c(\alpha_i\hat{p}_i) + \hat{\beta}m_e c^2, \quad \hat{H}_{med} = \gamma_5 f^{(0)} - \mu_e^{ind} B \Sigma_3,$$

где, так же как в предыдущих случаях,  $V_e = f^{(0)}$ . Матричные элементы  $\langle \nu_e^s | \hat{H}_{med} | \nu_e^{s'} \rangle$ , вычисленные по функциям (13), записываются как:

$$\hat{H}_{med} = \begin{pmatrix} 2\mu_e^{ind} B_{\parallel} + V_e & -2\mu_e^{ind} B_{\perp} \gamma^{-1} \\ -2\mu_e^{ind} B_{\perp} \gamma^{-1} & -2\mu_e^{ind} B_{\parallel} - V_e \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Соответственно, вероятность перехода из состояния с левой спиральностью в состояние с правой записывается как:

$$P_{\nu_L \rightarrow \nu_R} = \frac{(2\mu_e^{ind} B_{\perp} \gamma^{-1})^2}{(2\mu_e^{ind} B_{\parallel} + V_e \beta)^2 + (2\mu_e^{ind} B_{\perp} \gamma^{-1})^2} \sin^2\left(\frac{t}{\hbar} \Delta E\right). \quad (32)$$

Здесь поправки к уровням энергии даются выражением:

$$\Delta E = \pm 2\sqrt{(V_e \beta + 2\mu_e^{ind} B_{\parallel})^2 + (2\mu_e^{ind} B_{\perp} \gamma^{-1})^2}. \quad (33)$$

Мы видим, что условие резонанса остается тем же, что и для дираковского нейтрино (17), однако параметр адиабатичности становится в два раза больше, чем (18). Соответственно, все рассуждения второго раздела переносятся без изменений и на случай майорановского нейтрино — с той лишь разницей, что для майорановского нейтрино конверсия затрагивает нейтрино с большими энергиями вплоть до 2 МэВ, смотри Рис. 3. Кроме того, так как правые майорановские нейтрино, в отличие от дираковских, не являются полностью стерильными, спектр нейтрино от сверхновой будет не ослабляться, а искажаться.

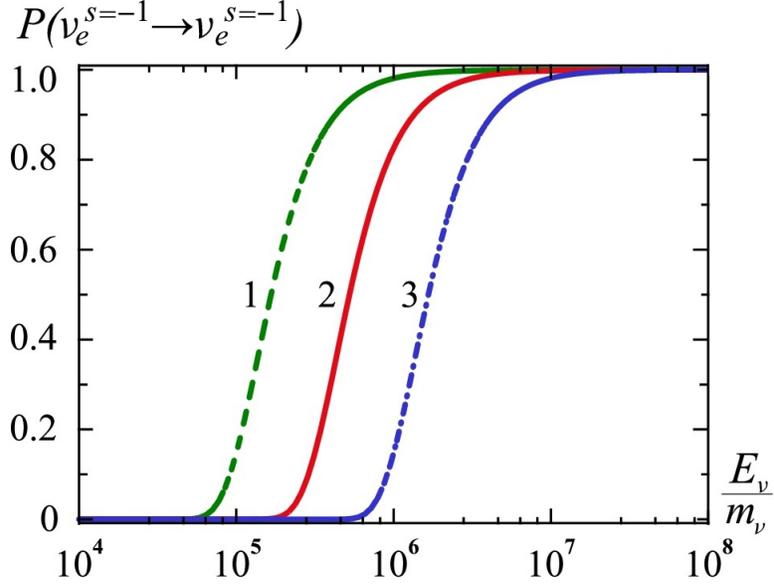


Рис. 3: Вероятность выживания майорановских нейтрино с отрицательной спиральностью в зависимости от отношения энергии и массы нейтрино при  $B = 6.6 \times 10^{16}$  Гс,  $\rho_B = 10^{12}$  г/см<sup>3</sup>,  $Y_e = 1/3$ , линия 1:  $dY_e/dr = 10^{-8}$  см<sup>-1</sup>, линия 2:  $dY_e/dr = 10^{-9}$  см<sup>-1</sup>, линия 3:  $dY_e/dr = 10^{-10}$  см<sup>-1</sup>

## 5 Заключение

В настоящей работе мы рассмотрели переходы нейтрино, сопровождающиеся переворотом спина. Мы показали, что спиновые осцилляции нейтрино играют важную роль в астрофизических приложениях, в частности в условиях коллапсирующей сверхновой.

Ключевую роль в спиновых осцилляциях играет взаимодействие нейтрино с поляризованной средой. Для левых дираковских электронных нейтрино переворот спиральности означает переход в правое, стерильное состояние. Мы показали, что в низкоэнергетичной части нейтринного потока от сверхновой, при небольших временах после отскока ядра, будет наблюдаться уменьшение.

Кроме того, на спиновые осцилляции оказывает эффект магнитный момент дираковских нейтрино. При наличии достаточно большого магнитного момента, в точке резонанса поведение вероятности выживания состояния с отрицательной спиральностью ( $P_{\nu_L \rightarrow \nu_R}$ ) претерпевает значительные изменения. В зависимости вероятности выживания от энергии нейтрино появляется ярко выраженный максимум, в котором конверсия левых нейтрино в правые практически исчезает. Наблюдение подобного максимума в спектре нейтрино от сверхновой звезды может указывать на наличие достаточно большого аномального магнитного момента нейтрино.

Спиновые осцилляции имеют место и для майорановских нейтрино, для которых однако правые состояния не являются полностью стерильными. Взаимодействие майорановских нейтрино со средой приводит не к ослаблению, но к искажению спектра нейтрино.

## Список литературы

- [1] *Giunti C., Studenikin A.* Neutrino electromagnetic interactions: A window to new physics // *Rev. Mod. Phys.* — 2015. — Vol. 87. — P. 531–591.
- [2] *Giunti C., Kim C. W.* Fundamentals of neutrino physics and astrophysics. — Oxford, UK : Oxford university press, 2007. — 710 p.
- [3] *Тернов А. И.* Массивные нейтрино во внешних полях и в плотных средах: Дис. доктора физ.-мат. наук: 01.04.02 / *Алексей Игоревич Тернов; Московский физико-технический институт.* — Долгопрудный, 2014. — 312 с.
- [4] *Fujikawa K., Shrock R. E.* Magnetic Moment of a Massive Neutrino and Neutrino-Spin Rotation // *Phys. Rev. Lett* — 1980. — Vol. 45, no. 12. — P. 963–966.
- [5] *Nieves J. F.* Electromagnetic properties of Majorana neutrinos // *Phys. Rev. D* — 1982. — Vol. 11, no. 26. — P. 3152–3158.
- [6] *Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Курилин А. В., Тернов А. И.* Радиационные поправки к массе нейтрино во внешнем электромагнитном поле // *ЯФ.* — 1985. — Т. 41, № 3. — С. 743–748.
- [7] *Cisneros A.* Effect of neutrino magnetic moment on solar neutrino observations // *Astrophys. Space Sci.* — 1971. — Vol. 10. — P. 87–92.
- [8] *Волошин М.Б.* О динамике электронного нейтрино в сверхновой и ограничениях на магнитный момент  $\nu_e$  // *Письма в ЖЭТФ* — 2010. — Т. 47, № 9. — с. 421–423.
- [9] *Schechter J., Valle J. W. F.* Majorana neutrinos and magnetic fields // *Phys. Rev.* — 1981. — Vol. 24, no. 7. — P. 1883–1889.
- [10] *Akhmedov E. Kh.* Resonant amplification of neutrino spin rotation in matter and the solar-neutrino problem // *Phys. Lett. B.* — 1988. — Vol. 213, no. 1. — P. 64–68.
- [11] *Arceo-Diaz S., Schroder K.-P., Zuber K., Jack D.* Constraint on the magnetic dipole moment of neutrinos by the tip-RGB luminosity in  $\omega$ -Centauri // *Astropart. Phys.* — 2015. — Vol. 70. — P. 1–11.
- [12] *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Okrugin A. A.* Reexamination of a bound on the Dirac neutrino magnetic moment from the supernova neutrino luminosity // *Int. J. Mod. Phys. A.* — 2009. — Vol. 24, no. 31. — P. 5977–5989.
- [13] *Семикоз В. Б., Смородинский Я. А.* Мультипольные электромагнитные моменты нейтрино в диспергирующей среде // *ЖЭТФ* — 1989. — Т. 95. — С. 35–46.
- [14] *Ораевский В. Н., Семикоз В. Б., Смородинский Я. А.* Электродинамика нейтрино в среде // *ЭЧАЯ.* — 1994. — Т. 25, № 2. — С. 312–376.
- [15] *Altherr T., Kainulainen K.* Electromagnetic interactions and chirality flip of neutrinos in a thermal background // *Phys. Lett. B.* — 1991. — Vol. 262, no. 1. — P. 79–82.

- [16] Семикоз В. Б. Индуцированный магнитный момент нейтрино в диспергирующей среде // *ЯФ*. — 1987. — Т. 46. — С. 1592–1594.
- [17] Studenikin A. I., Ternov A. I. Neutrino quantum states and spin light in matter // *Phys. Lett. B*. — 2005. — Vol. 608, no. 1-2 — P. 107–114.
- [18] Lobanov A. E. High energy neutrino spin light // *Phys. Lett. B*. — 2005. — Vol. 619, no. 1-2 — P. 136–144.
- [19] Lobanov A. E., Studenikin A. I. Neutrino oscillations in moving and polarized matter under the influence of electromagnetic fields // *Phys. Lett. B*. — 2001. — Vol. 619, no. 1-2 — P. 94–98.
- [20] Nunokawa H., Semikoz V. B., Smirnov A. Yu., Valle J. W. F. Neutrino conversions in a polarized medium // *Nucl. Phys. B*. — 1997. — Vol. 501. — P. 17–40.
- [21] Wolfenstein L. Neutrino oscillations in matter // *Phys. Rev. D*. — 1978. — Vol. 17, no. 9 — P. 2369–2374.
- [22] Михеев С. П., Смирнов А. Ю. Резонансное усиление осцилляций в веществе и спектроскопия солнечных нейтрино // *Яд. физ.* — 1985. — Т. 42, № 6. — С. 1441–1448.
- [23] Burrows A. Perspectives on Core-Collapse Supernova Theory // *Rev. Mod. Phys.* — 2013. — Vol. 85 — P. 245–261.
- [24] Janka H.-Th., Langanke K., Marek A., Martinez-Pinedo G., Muller B. Theory of core-collapse supernovae // *Phys. Rep.* — 2007. — Vol. 442 — P. 38–74.
- [25] Just O., Bollig R., Janka H.-Th., Obergaulinger M., Glas R., Nagataki S. Core-collapse supernova simulations in one and two dimensions: comparison of codes and approximations — 2018. — arXiv: astro-ph.HE/1805.03953v1.
- [26] Nunokawa H., Peltoniemi J. T., Rossi A., Valle J. W. F. Supernova bounds on resonant active-sterile neutrino conversions // *Phys. Rev. D* — 1997. — Vol. 56, no. 3. — P. 1704–1713.
- [27] Аникин Р. А., Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Магнитный момент дираковского нейтрино и возможная временная эволюция нейтринного сигнала от сверхновой // *Письма в астр. журн.* — 2010. — Т. 36, № 9. — с. 714–720.
- [28] Athar H., Peltoniemi J. T. Signatures of neutrino conversions to sterile states in collapsing stars // *Phys. Rev. D* — 1995. — Vol. 51, no. 10 — P. 5785–5789.
- [29] Athar H., Peltoniemi J. T., Smirnov A. Yu. Neutrino spin-flip effects in collapsing stars // *Phys. Rev. D* — 1995. — Vol. 51, no. 12 — P. 6647–6662.
- [30] Dighe A. S., Smirnov A. Yu. Identifying the neutrino mass spectrum from a supernova neutrino burst // *Phys. Rev. D* — 2000. — Vol. 62. — P. 033007 (1–24)
- [31] Kuroda T., Takiwaki T., Kotake K. A new multi-energy neutrino radiation-hydrodynamics code in full general relativity and its application to the gravitational collapse of massive stars // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* — 2016. — Vol. 222. — P. 20 (1–27).

- [32] *Pan K.-C., Liebendörfer M., Hempel M., Thielemann Fr.-K.* Two-dimensional core-collapse supernova simulations with the isotropic diffusion source approximation for neutrino transport // *Astrophys. J.* — 2016. — Vol. 817. — P. 72 (1–33).
- [33] *Ardeljan N. V., Bisnovatyi-Kogan G. S., Moiseenko S. G.* Magnetorotational supernovae // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2005. — Vol. 359. — P. 333–344.
- [34] *Burrows A., Dessart L., Liune E. et al.* Simulations of magnetically driven supernova and hypernova explosions in the context of rapid rotation // *Astrophys. J.* — 2007. — Vol. 664. — P. 416–434.
- [35] *Волошин М. Б., М. И. Высоцкий М. И., Окунь Л. Б.* Электродинамика нейтрино и возможные эффекты для солнечных нейтрино // *ЖЭТФ* — 1986. — Т. 91, № 3. — С. 754–765.
- [36] *Ternov A. I.* Matter-induced magnetic moment and neutrino helicity rotation in external fields // *Phys. Rev. D* — 2016. — Vol. 94. — P. 093008 (1–9)