

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (НИУ)»

Кафедра теоретической астрофизики и квантовой теории поля

Изучение адронной струны в плотной $SU(2)$ КХД

Выпускная квалификационная работа магистра

Выполнил:

студент 321 группы
Кудров Илья Евгеньевич

Научный руководитель:

д.ф.-м.н. Брагута В.В.

ИТЭФ
2019

Содержание

1	Введение	3
2	Теория	5
2.1	Формулировка интеграла по путям и евклидово время	5
2.2	Лагранжиан	7
2.3	Решеточный подход	7
3	Подробности вычислений и наблюдаемые	9
3.1	Статистическая сумма и параметры	9
3.2	Наблюдаемые	11
3.3	Сглаживание (Smearing)	12
3.4	АРЕ	12
3.5	НУР	12
3.6	Непрерывный предел	13
4	Модели	13
4.1	Модель дуального сверхпроводника	13
4.2	Модель бозонной струны	14
5	Результаты	14
5.1	Зависимость адронной струны от температуры	14
5.2	Продольный профиль	15
5.3	Поперечный профиль	19

1 Введение

Сильное взаимодействие - одно из фундаментальных взаимодействий - ответственно за формирование и взаимодействие частиц, называемых адронами. На данный момент экспериментально обнаружено большое количество различных адронов. Одни из них - это нейтрон и протон. Они составляют ядра атомов и удерживаются в них за счет сильного взаимодействия. Свойства адронов определяются в основном сильным взаимодействием. Так например, почти вся их масса появляется именно из-за сильного взаимодействия. Помимо спектра частиц оно также описывает свойства адронной материи при различных температурах. При низкой температуре - это газ адронов. При большой температуре и (или) большом давлении адронная материя находится в состоянии кварк-глюонной плазмы. Она достигается при огромных температурах порядка $T \sim 10^{12} K$. В экспериментах такие температуры можно встретить, например, при столкновении тяжелых ионов. Также, предполагается, что на ранних стадиях развития вселенной материя находилась при достаточно большой температуре и находилась в состоянии кварк-глюонной плазмы. И, возможно, в нейтронных звездах в ядре достаточно большая температура и давление для возникновения данной фазы. Для предсказания поведения материи в этих процессах необходимо изучать свойства сильного взаимодействия.

На данный момент наиболее полной теорией, описывающей сильное взаимодействие является квантовая хромодинамика (КХД). В ней фундаментальными частицами являются кварки и глюоны. Кварки - массивные фермионы, из которых состоят адроны. Глюоны - безмассовые бозоны - переносчики взаимодействия.

Изучение КХД при большой барионной плотности важно для космологии и физики частиц. В будущем запланированы эксперименты по изучению столкновений тяжелых ионов в проектах вроде FAIR и NICA. Существуют различные феноменологические модели для описания различных интересных феноменов. Среди таких феноменов можно отметить, например, "color flavor blocking" [1] или экзотические фазы плотной материи [2]. Более общепринятыми феноменами являются восстановление киральной симметрии [3] и деконфайнмент [4].

Теория похожа на электродинамику (КЭД). В ней также есть аналоги электрического и магнитного поля, однако эта теория сильно нелинейная, в силу чего эти поля ведут себя несколько иначе, а сама теория практически не решается аналитическими методами. Тем не менее, сильные взаимодействия проявляют ряд исключительных свойств. Одно из этих свойств - асимптотическая свобода. Это связано с бегущей константой связи теории. Эта константа определяет силу взаимодействия и зависит от расстояния. Например, в КЭД поле на большом расстоянии от заряда (электрона) экранируется и пробный заряд, помещенный в это поле, будет слабо взаимодействовать с электроном. При приближении к электрону эффект экранирования будет меньше и константа связи будет рас-

ти. В квантовой хромодинамике возникает противоположная картина: на малых расстояниях константа связи становится меньше. Из-за этого кварки, находящиеся в адронах, ведут себя почти как свободные частицы, что и наблюдается в эксперименте. Что же будет происходить на больших расстояниях?

Тут мы приходим к другому феномену, за который ответственно сильное взаимодействие - это конфайнмент. Объяснение механизма возникновения конфайнмента является одной из главных проблем теоретической физики сильных взаимодействий на данный момент. Его суть заключается в том, что при низкой температуре и плотности (барионной) наблюдаемыми степенями свободы являются мезоны и барионы, тогда как лежащая в основе теория в качестве степеней свободы содержит кварки и глюоны. Более простыми словами, кварки не наблюдаются по отдельности, только в составе других частиц. В эксперименте их наличие подтверждено по косвенным наблюдениям, например рассеянию высокоэнергетических фотонов на протоне. Можно сформулировать описание конфайнмента и в других терминах: за счет сильного взаимодействия потенциал между кварками, входящими в состав барионов, линейно растет на достаточно больших расстояниях. Соответственно, для разделения кварков на большое расстояние требуется большое количество энергии.

Для объяснения конфайнмента предложены различные модели. Одна из них подразумевает, что в фазе конфайнмента между кварк-антикварковой парой возникает адронная струна (или flux tube), в которой сконцентрировано хромоеlectрическое (аналог электрического поля в КХД, далее просто электрическое) поле. Изучение этого эффекта, возможно, поможет пролить свет на такое явление как конфайнмент.

Целью данной работы является изучение поведения квадратов электрического и магнитного полей, а также плотности энергии и действия между кварками в плотной среде, подтверждение образования струны в фазе конфайнмента и ее исчезновение в деконфайнменте, поведение струны при большом химическом потенциале и его сравнение с более ранними работами. Расчеты были проведены при разных значениях химического потенциала при нулевой температуре и сравнивались с поведением при изменении температуры при нулевом химическом потенциале. Вычисления проводились с помощью решеточных методов на суперкомпьютере.

В статье [6] была подробно изучена струна при ненулевой температуре. В дальнейшем было выпущено множество работ по изучению струны [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [13], [14]. Вычисления при ненулевом химическом потенциале для струны ранее не проводились. Однако заранее можно предположить ее поведение. При ненулевом хим. потенциале исследовался переход конфайнмент-деконфайнмент. В качестве наблюдаемой использовался коррелятор петель Полякова. Изменение этой наблюдаемой свидетельствовало о наличии перехода. Фазу конфайнмента связывают с возникновением струны, поэтому при боль-

шом химическом потенциале ожидается исчезновение струны выше фазового перехода.

Здесь стоит уточнить, что КХД - калибровочная теория. Физические наблюдаемые инвариантны относительно преобразований калибровочной группы $SU(N_c)$. В физике реального мира - это группа $SU(3)$, однако на данный момент численное моделирование при конечном химическом потенциале ограничено на малые значения $\mu_q \ll T$ в силу проблемы знака. В данной работе, вместо того, чтобы рассматривать КХД с тремя цветами, вычисления проводились для группы $SU(2)$, которая свободна от вышеуказанной проблемы знака. $SU(2)$ и $SU(3)$ теории имеют много общих свойств. В частности, в обеих теориях переход конфайнмент-деконфайнмент и восстановление киральной симметрии происходят при определенных ненулевых температурах. А также, многие наблюдаемые (или их отношения) не зависят от количества цветов в теории [15]. Однако, есть два важных отличия. Первое - это различие механизма нарушения киральной симметрии [16], а второе - барионы в $SU(3)$ теории содержат три кварка и являются фермионами, а в $SU(2)$ - два кварка и являются бозонами.

Во второй главе будут рассмотрены основы КТП и решеточных вычислений. В третьей главе описаны использованные для вычислений методы. В четвертой главе объяснена модель конфайнмента и ее отношение к наблюдаемым. В пятой главе представлены результаты вычислений, сравнение с результатами других работ и выводы.

2 Теория

2.1 Формулировка интеграла по путям и евклидово время

Для более подробного ознакомления с квантовой теорией поля предлагается прочтение, например, [20]. В квантовой теории поля физические величины получаются вычислением средних произведения некоторых подходящих операторов \hat{O} . Одна из формулировок - функциональный интеграл (или интеграл по путям)

$$\langle \Omega | \hat{O}_1 \hat{O}_2 \dots | \Omega \rangle = \frac{1}{Z} \int D\phi e^{iS[\phi]} \hat{O}_1 \hat{O}_2 \dots \quad (1)$$

$$Z = \int D\phi e^{iS[\phi]}, \quad (2)$$

где

$$S = \int d^d x L(\phi), \quad (3)$$

$L(\phi)$ - лагранжиан.

Для того, чтобы можно было провести вычисления, нужно сделать аналитическое продолжение в область мнимого времени

$$t \rightarrow -it \quad (4)$$

$$iS[\phi] \rightarrow -S_E[\phi] \quad (5)$$

После этого интеграл уже можно вычислить

$$\langle \Omega | \hat{O}_1 \hat{O}_2 \dots | \Omega \rangle = \frac{1}{Z} \int D\phi e^{-S_E[\phi]} \hat{O}_1 \hat{O}_2 \dots \quad (6)$$

$$Z = \int D\phi e^{-S_E[\phi]}, \quad (7)$$

где S_E означает евклидово действие.

Мы хотим изучать квантовую теорию поля в среде при конечной температуре [21]. В квантовой механике статистическая сумма выражается через сумму по состояниям

$$Z = \text{tr} e^{-\beta H} = \sum_n \langle n | e^{-\beta H} | n \rangle, \quad (8)$$

где $|n\rangle$ - собственное состояние гамильтониана H . Используя представление функционального интеграла для $\langle F | e^{-iHT} | I \rangle$, где F и I - конечное и начальное состояние соответственно, а T - время, заменой $T \rightarrow -i\beta$, $|I\rangle = |F\rangle = |n\rangle$ получаем

$$Z = \text{tr} e^{-\beta H} = \int_{PBS} Dq \exp\left(-\int_0^\beta d\tau L(q)\right), \quad (9)$$

где $L(q)$ - лагранжиан теории, а PBS означает периодические граничные условия, а \cdot . Соответственно, для квантовой теории поля в $D+1$ измерениях $d = D+1$ и

$$Z = \text{tr} e^{-\beta H} = \int_{PBS} D\phi \exp\left(-\int_0^\beta d\tau \int d^D x L(q)\right), \quad (10)$$

с $\phi(x, 0) = \phi(x, \beta)$. Таким образом, вычисление функционального интеграла в евклиде дает результаты для квантовой теории поля при конечной температуре.

2.2 Лагранжиан

Лагранжиан КХД в непрерывной теории

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{\psi}_{q,a} (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{ab} - g_s \gamma^\mu t_{ab}^C A_\mu^C - m_q \delta_{ab}) \psi_{q,b} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu}, \quad (11)$$

где γ^μ - гамма матрицы, $\psi_{q,a}$ - спиноры кварковых полей с ароматом q и массой m_q и константой связи g_s , цветным индексом $a = 1..N$ для группы $SU(N)$. Для $SU(3)$ карки имеют 3 цвета, в данной работе используется группа $SU(2)$. Говорится, что кварки в фундаментальном представлении группы $SU(N)$. Калибровочные поля A_μ^C в присоединенном представлении группы $SU(N)$, t_{ab}^C - генераторы группы $SU(N)$ находятся в алгебре $su(N)$. Тензор поля

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - g_s f_{ABC} A_\mu^B A_\nu^C, \quad (12)$$

где f_{ABC} - структурные константы группы $SU(N)$. Фундаментальными параметрами теории являются константа связи g_s и масса кварков m_q .

2.3 Решеточный подход

Изучение свойств сильного взаимодействия необходимо для правильного описания этих физических процессов. Существуют различные подходы к КХД. Один из них - теория возмущений. Однако, он работает он для области, где константа связи в теории (или сила взаимодействия) мала. Поэтому он применим не всегда в силу особенности сильного взаимодействия - асимптотической свободы, когда константа связи увеличивается с расстоянием. Поэтому, применимость этого подхода ограничено лишь на малые расстояния. С этим связаны проблемы исследования некоторых эффектов, проявляющихся на достаточно больших расстояниях.

Конфайнмент проявляется на больших расстояниях, поэтому подход теории возмущений уже не работает. Здесь на помощь приходит другой метод - вычисления на решетке. Это численные методы для получения различных наблюдаемых из первых принципов КХД (это является его главным преимуществом). Описание методов можно найти, например, здесь [22]. Часть из них будет представлена в следующих разделах.

В квантовой теории поля большинство аналитических результатов были получены в рамках теории возмущений, которая оказывается неприменимой в области большой константы связи (или больших расстояний). Аналитические непertурбативные методы (без теории возмущений) пока что сильно затруднены. Здесь на помощь приходят численные методы. В данной работе используются методы вычисления на решетке. Непрерывная квантовая теория поля в евклидовом времени дискретизируется на решетке той же размерности что и

исходное пространство. Главное преимущество такого подхода в том, что он позволяет из первых принципов вычислить физические величины в непертурбативном режиме.

Для получения физических наблюдаемых в системе при конечной температуре необходимо найти среднее некоторого оператора с помощью функционального интеграла

$$\langle \hat{O} \rangle = \frac{\int D[U]D[\psi]D[\bar{\psi}]\hat{O}e^{-S(U,\psi,\bar{\psi})}}{\int D[U]D[\psi]D[\bar{\psi}]e^{-S(U,\psi,\bar{\psi})}}, \quad (13)$$

где $U, \psi, \bar{\psi}$ - калибровочные и фермионные степени свободы соответственно.

На решетке фермионная часть действия представляет из себя

$$S_f = \bar{\psi}(m)\mathcal{D}(m|n)\psi(n), \quad (14)$$

где m и n означают узел решетки.

Можно проинтегрировать по фермионным степеням свободы

$$\langle \hat{O} \rangle = \frac{\int D[U]\hat{O}e^{-S_G(U)}\det[\mathcal{D}(U)]}{\int D[U]e^{-S_G(U)}\det[\mathcal{D}(U)]}, \quad (15)$$

где S_G - глюонная часть действия.

Теперь подинтегральное выражение зависит только от калибровочных полей. Если оно также действительно и неотрицательно для любой конфигурации $[U]$, то для его оценки можно использовать выборку по значимости. Суть в том, чтобы оценивать интеграл по всем возможным конфигурациям конечным набором конфигураций, дающих основной вклад в наблюдаемую. Теперь

$$\langle \hat{O} \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N O[U_n], \quad (16)$$

где U_n - конкретная конфигурация полей, которая генерируется с распределением

$$dP[U] = \frac{D[U]e^{-S_G(U)}\det[\mathcal{D}(U)]}{\int D[U]e^{-S_G(U)}\det[\mathcal{D}(U)]} \quad (17)$$

Для этого используется метод Монте Карло. В данной работе использовался Гибридный метод Монте Карло.

3 Подробности вычислений и наблюдаемые

3.1 Статистическая сумма и параметры

Для вычисления наблюдаемых в системе методом Монте Карло были созданы конфигурации калибровочных полей. Конфигурации те же, что и в работе [5]. Они в дальнейшем будут использованы для оценки значений физических величин. Для моделирования использовалось улучшенное вильсоновское действие для калибровочного поля и действие Когута-Сасскинда, в пределе $a \rightarrow 0$ дающие $N_f = 2$. Также был добавлен дикварковый источник, чтобы наблюдать дикварковый конденсат $\langle qq \rangle$ при конечном объеме. Зависимость от λ оказывается слабая, поэтому вычисления были ограничены значением $\lambda = 0.00075$. Затравочная масса кварков $am = 0.0075$.

На решетке необходимо установить масштаб, так как все вычисления проводятся в некоторых решеточных единицах, не имеющих никакого отношения к реальному миру, пока не указано какому реальному масштабу соответствует та или иная физическая величина. Это можно делать разными способами. В данном случае масштаб задается с помощью натяжения струны. При $\mu_q = 0$ вычислялся потенциал между кварками и находился коэффициент при линейно растущей части $V(R) \sim \sigma_0 R$, который и называется натяжением струны. Его размерность - размерность $[E^2]$ (E - энергия), соответственно, на решетке вычисляется безразмерная величина $\sqrt{\sigma_0}a$, которая в физических величинах из различных феноменологических моделей и экспериментов принимается равной $\sqrt{\sigma_0} = 476(5)$ МэВ. В нашем случае шаг решетки равен $a = 0.044$ Фм (фемтометров).

Вычисления проводились на решетке размером 32^4 в единицах решетки, при этом физический размер пространства $L_s = 1,4$ фм. Обратный размер решетки по евклидову времени равен $T = 140$ МэВ. Однако, если физический размер решетки по пространству и евклидову времени совпадает, то эффективно это соответствует нулевой температуре. Значения (кваркового) химического потенциала находятся в области $\mu = 0..2000$ МэВ.

Для генерации конфигураций использовалось улучшенное действие Симанчика. В добавок к обычным плакетам добавляются прямоугольные плакетки 2×1 и 1×2 .

$$S_G = S_W + S_{Impr} \quad (18)$$

Обычное Вильсоновское действие

$$S_W = c_0 \frac{2N_c}{g^2} \sum_{n \in L, \mu < \nu = 1}^4 \left(1 - \frac{1}{N_c} \text{ReTr}[P_{\mu\nu}(n)]\right) \quad (19)$$

$$S_{improved} = c_0 \frac{2N_c}{g^2} \sum_{n \in L, \mu < \nu = 1}^4 \left(1 - \frac{1}{N_c} \text{ReTr}[U_{\mu\nu}^{rectangle}(n)]\right), \quad (20)$$

N_c - количество цветов, $U^{rectangle}$ - прямоугольные траектории 2×1 и 1×2 , P означает плакет

$$P_{\mu\nu}(n) = U_\mu(n)U_\nu(n + \hat{\mu})U_\mu^\dagger(n + \hat{\nu})U_\nu^\dagger(n) \quad (21)$$

а L означает решетку

$$L = [n_\mu = 0 \dots N_\mu - 1 \in \mathbb{N}, 1 < \mu < 4] \quad (22)$$

Для фермионов использовались действие Когута-Сасскинда

$$S_F = \sum_{x,y} \bar{\psi}_x M(\mu, m)_{x,y} \psi_y + \frac{\lambda}{2} \sum_x (\psi_x^T \tau_2 \psi_x + \bar{\psi}_x \tau_2 \bar{\psi}_x^T) \quad (23)$$

$$M_{xy} = ma\delta_{x,y} + \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^4 \eta_\mu(n) [U_\mu(x) \delta_{x+\hat{\mu},y} e^{\mu a \delta_{\mu,4}} - U_\mu^\dagger(x - \hat{\mu}) \delta_{x-\hat{\mu},y} e^{-\mu a \delta_{\mu,4}}], \quad (24)$$

где $\bar{\psi}$, ψ - фермионные поля, a - шаг решетки, m - голая масса кварков, $\eta_1(x) = 1$, $\eta_\mu(x) = (-1)^{x_1 + \dots + x_{\mu-1}}$, $\mu = 2, 3, 4$.

Второй член в S_F - это дикварковый источник. Он необходим для того, чтобы наблюдать дикварковый конденсат при конечном объеме на решетке. Константа $\lambda \ll ma$ взята достаточно малой, чтобы остальные наблюдаемые от нее не зависели. Далее можно интегрировать фермионные степени свободы, тогда статистическая сумма будет

$$Z = \int DU e^{-S_G} (\det(M^\dagger M + \lambda^2))^{1/2} \quad (25)$$

В непрерывном пределе это соответствует числу ароматов $N_f = 4$. В данной работе изучается

$$Z = \int DU e^{-S_G} (\det(M^\dagger M + \lambda^2))^{1/4}, \quad (26)$$

что соответствует $N_f = 2$ из-за того, что взят дополнительный корень из детерминанта.

3.2 Наблюдаемые

Одна из наблюдаемых - это петля Вильсона

$$\langle W(R, T) \rangle = \prod_{(n, \mu) \in C} U_\mu(n), \quad (27)$$

где C - прямоугольный контур во временном и одном пространственном направлениях.

Петля Вильсона позволяет вычислять потенциал статических кварка и антикварка и, поэтому она служит индикатором перехода конфайнмент-деконфайнмент

$$\langle W(R, T) \rangle \sim e^{-TV(R)}, \quad (28)$$

где $V(R)$ - потенциал.

Главными наблюдаемыми являются плотность энергии

$$\epsilon_R(\mathbf{n}) = \frac{1}{2}(\langle E^2(\mathbf{n}) \rangle_{|0, R\rangle - |0\rangle} + \langle B^2(\mathbf{n}) \rangle_{|0, R\rangle - |0\rangle}) \quad (29)$$

и действия

$$\mathcal{L}_R(\mathbf{n}) = \frac{1}{2}(\langle E^2(\mathbf{n}) \rangle_{|0, R\rangle - |0\rangle} - \langle B^2(\mathbf{n}) \rangle_{|0, R\rangle - |0\rangle}), \quad (30)$$

в присутствии статического кварка и антикварка, где средние означают

$$\langle O \rangle_{|0, R\rangle - |0\rangle} = \langle 0, R | O | 0, R \rangle - \langle 0 | O | 0 \rangle \quad (31)$$

Для вычисления этих наблюдаемых использовался оператор

$$\langle \square \rangle_W = \frac{\langle W(R, T)(\square(T/2 + S_1) + \square(T/2 - S_2)) \rangle}{2 \langle W(R, T) \rangle} - \langle \square \rangle \quad (32)$$

где для $\langle E^2 \rangle \square$ означает

$$\square_i = \frac{1}{2}(U_{i4}(\mathbf{n}) + U_{i4}(\mathbf{n} - \mathbf{e}_i)), \quad i = 1, 2, 3 \quad (33)$$

$$(S_1, S_2) = \begin{cases} (0, 1) & \text{for even } T \\ (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), & \text{for odd } T \end{cases}$$

а для $\langle B^2 \rangle$

$$\square_{jk} = \frac{1}{4}(U_{jk}(\mathbf{n} - \mathbf{e}_j - \mathbf{e}_k) + U_{jk}(\mathbf{n} - \mathbf{e}_j) + U_{jk}(\mathbf{n} - \mathbf{e}_k) + U_{jk}(\mathbf{n})), \quad j \neq k = 1, 2, 3 \quad (34)$$

$$(S_1, S_2) = \begin{cases} (0, 0) & \text{for even } T \\ (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), & \text{for odd } T \end{cases}$$

$\square(T/2 \pm S_i)$, $i = 1, 2$ означает временной слой, в котором вычисляются плакетты. Считается, что к временному слою относится временной линк, направленный в сторону увеличения x_4 . По соседним плакеттам производится усреднение, если это позволяет симметрия. Вектор \mathbf{n} задает положение плакеттов относительно вильсоновской петли.

3.3 Сглаживание (Smearing)

3.4 APE

В APE смearing производится N_{APE} шагов усреднения [18].

$$\bar{U}_{i,\mu} = Proj_{SU(2)}[(1 - \alpha_{APE})U_{i,\mu} + \frac{\alpha_{APE}}{6} \sum_{\pm\eta \neq 4,\mu} U_{i,\eta} U_{i+\eta,\mu} U_{i+\mu,\eta}^\dagger] \quad (35)$$

Чтобы понять мотивацию для проведения сглаживания, рассмотрим спектральное представление петли вильсона

$$\langle W(R, T) \rangle = \sum_n C_n(R) e^{-TE_n(R)}, \quad (36)$$

где $E_n(R)$ - энергии собственных состояний гамильтониана.

APE смearing увеличивает значение C_0 , уменьшая вклад возбужденных состояний, и тем самым облегчая нахождение энергии основного состояния.

3.5 HYP

В HYP смearing производится усреднение по соседним линкам в три этапа [17]. Изменяются только временные линки. Применялся один шаг HYP смearing.

$$U_{i,\mu} = Proj_{SU(2)}[(1 - \alpha_1)U_{i,\mu} + \frac{\alpha_1}{6} \sum_{\pm\nu \neq \mu} \tilde{U}_{i,\nu;\mu} \tilde{U}_{i+\hat{\nu},\mu;\nu} \tilde{U}_{i+\hat{\mu},\nu;\mu}^\dagger] \quad (37)$$

$$\tilde{U}_{i,\mu;\nu} = Proj_{SU(2)}[(1 - \alpha_2)U_{i,\mu} + \frac{\alpha_2}{4} \sum_{\pm\rho \neq \nu\mu} \bar{U}_{i,\rho;\nu\mu} \bar{U}_{i+\hat{\rho},\mu;\rho\nu} \bar{U}_{i+\hat{\mu},\rho;\nu\mu}^\dagger] \quad (38)$$

$$\bar{U}_{i,\mu;\nu\rho} = Proj_{SU(2)}[(1 - \alpha_3)U_{i,\mu} + \frac{\alpha_3}{2} \sum_{\pm\eta \neq \rho,\nu,\mu} U_{i,\eta} U_{i+\hat{\eta},\mu} U_{i+\hat{\mu},\eta}^\dagger], \quad (39)$$

где $Proj_{SU(2)}$ - проекция на группу $SU(2)$, поскольку сумма элементов группы не принадлежит группе.

Параметры были взяты равными $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3] = [1, 1, 0.5]$. Сглаживание временных линков уменьшает собственную энергию источников (кварков), которая входит в $E_n(R)$. Это значительно улучшает отношение сигнал-шум для наблюдаемых на больших расстояниях. Отметим, что, усредняя соседние линки на конфигурациях, этот алгоритм "размывает источник (кварк)" и меняет физику на малых расстояниях вокруг кварков. Зависимость $E_n(R)$ на малых расстояниях меняется, тогда как на больших остается правильным.

3.6 Непрерывный предел

В решеточной регуляризации мы работаем с конечным объемом пространства и ненулевым шагом решетки. Необходимо вычислить наблюдаемые в пределе снятия обрезания $a \rightarrow 0$. Однако при уменьшении шага решетки при сохранении размера решетки уменьшается физический объем системы. На практике вычисления проводятся при нескольких разных β с сохранением физического объема $L = aN = const$. Затем данные экстраполируются к $a \rightarrow 0$. При этом физический объем берется достаточно большим, чтобы от него практически не зависели наблюдаемые.

4 Модели

4.1 Модель дуального сверхпроводника

В 70-х годах прошлого века Намбу [25], Хоофт и Мальдештам [24] предложили, что вакуум КХД ведет себя как дуальный сверхпроводник. Для начала, необходимо вспомнить некоторые факты о сверхпроводимости, которая объясняется в рамках теории конденсированного состояния. Феноменологически это явление подразумевает, что ток течет по сверхпроводнику без сопротивления или, другими словами, без диссипативных эффектов. Другой эффект, связанный со сверхпроводимостью, это эффект Мейсснера. Если внести сверхпроводник во внешнее магнитное поле, что можно заметить, что сверхпроводники разделяются на два типа. Первый - магнитное поле полностью вытесняется из сверхпроводника, а при увеличении напряженности магнитного поля, сверхпроводимость в некоторый момент разрушается. Это эффект Мейсснера первого рода. И второй - при маленькой напряженности магнитное поле внутри сверхпроводника также отсутствует, однако при увеличении напряженности магнитное поле сосредотачивается внутри тонких трубок, пронизывающих сверхпроводник, и объясняется эффектом Мейсснера второго рода. Это происходит вследствие конденсации куперовских пар, которые движутся таким образом, что сжимают магнитное поле в тонкую трубку. Также, стоит пояснить смысл дуальности в данном случае. Это значит, что нужно заменить электрические заряды на маг-

нитные, а магнитное поле на электрическое и наоборот. Таким образом, когда кварк-антикварк помещается в эту среду, (хромо)электрическое поле стягивается в трубку. Конденсируются в данной модели магнитные монополи, которые, в отличие от электродинамики, могут иметь место в КХД. Действительно, моделирование на суперкомпьютерах показывает, что в фазе конфайнмента происходит конденсация магнитных монополей.

В работе [23] показано, что в моделях типа Янга-Миллса с Хиггсовским полем решения типа Абрикосовской струны ведут себя как в дуальных струнных моделях. В этих решениях плотность энергии в основном сконцентрирована вдоль трубки и быстро убывает по мере увеличения расстояния от трубки.

В решеточном формализме проведены вычисления, показывающие образование трубки между кварк-антикварковой парой. Изучение параметров и качественного поведения струны может указать на применимость модели. В модели дуального сверхпроводника все поля приближенно классические и единственный параметр трубки λ - Лондоновская длина проникновения.

4.2 Модель бозонной струны

При большом расстоянии между кварками предполагается, что трубка тока похожа на квантовую струну. В отличие от модели сверхпроводника, струна имеет гауссовский поперечный профиль и конечную ширину.

Формирование дефектов в КХД похожих на струну - довольно распространенное явление. Оно появляется как вихри в сверхтекучести, трубках тока в сверхпроводниках, [23] вихри в КТП. Намбу продемонстрировал соответствие между струнами и калибровочно-инвариантными петлями [26]. Люшер и Вайс развили эффективное описание струны и показали, что на больших дистанциях поправка к линейному потенциалу струны имеет универсальный вид.

$$V(R) = \sigma R - \frac{(D-2)\pi}{24} \frac{1}{R} \quad (40)$$

При этом толщина струны зависит от расстояния между кварками как

$$w^2 \sim w_0^2 \log \frac{R}{R_0} \quad (41)$$

5 Результаты

5.1 Зависимость адронной струны от температуры

Адронная струна формируется в фазе конфайнмента. Большой интерес представляет изучение ее свойств вблизи перехода конфайнмент-деконфайнмент. Он

ождается как при конечной температуре, так и при конечном химическом потенциале.

В работе [7] исследовалась поведение струны при конечной температуре. Вычисления проводились при температуре в окрестности перехода как выше него, так и ниже. Вычислялись электрическое поле $\langle E^2 \rangle$, магнитное поле $\langle B^2 \rangle$, плотность действия \mathcal{L} вдоль линии между кварками и перпендикулярно линии между кварками в точке посередине.

Для температуры ниже перехода качественно видно образование струны. При увеличении расстояния между кварками наблюдаемые не убывает до нуля, а стремятся к некоторому конечному значению. Для поперечного профиля струны справедливо то же самое. Для температуры выше перехода наблюдаемые вдали от кварков посередине между ними убывает до нуля с увеличением расстояния между кварками, как и поперечный профиль.

Ширина профиля для фазы конфайнмента растет с расстоянием, тогда как для деконфайнмента остается примерно константой.

5.2 Продольный профиль

Ниже приведены результаты для решетки 32^4 для значений кваркового химического потенциала $\mu a = 0, 0.10, 0.15, 0.25, 0.30, 0.40$, в физических единицах $\mu = 0, 447, 671, 1119, 1343, 1790$ МэВ. На рисунках изображены наблюдаемые для разных значений химического потенциала в зависимости от расстояния между кварками. Кварки находятся при $x = (-R/2, R/2)$, где R варьируется от 8 до 22 в решеточных единицах, что в физических единицах соответствует 0.35-0.96 Фм. Здесь стоит уточнить, что в решеточной КХД с динамическими кварками при расстоянии больше примерно 1.2 Фм струна рвется [19]. Другими словами, состояние со струной более не является основным состоянием, состояние с двумя мезонами (состоят из статического и динамического кварка(антикварка)) становится более выгодным. Но мы не достигаем таких значений R , т.к. при больших расстояниях между кварками большие статистические ошибки.

Ниже на рисунках показаны наблюдаемые электрическое поле $\langle E^2 \rangle$, магнитное поле $\langle B^2 \rangle$, плотность энергии $\epsilon = \frac{1}{2}(\langle E^2 \rangle - \langle B^2 \rangle)$ и плотность действия $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\langle E^2 \rangle + \langle B^2 \rangle)$. Физически интересная часть графиков - значение наблюдаемых посередине между кварками в окрестности $x = 0$. Значения наблюдаемых и расстояние отнормированы натяжением струны, в безразмерных единицах $\sqrt{\sigma} a = 0.1063$.

На графиках 1 - 8 будет изображен продольный профиль для наблюдаемых.

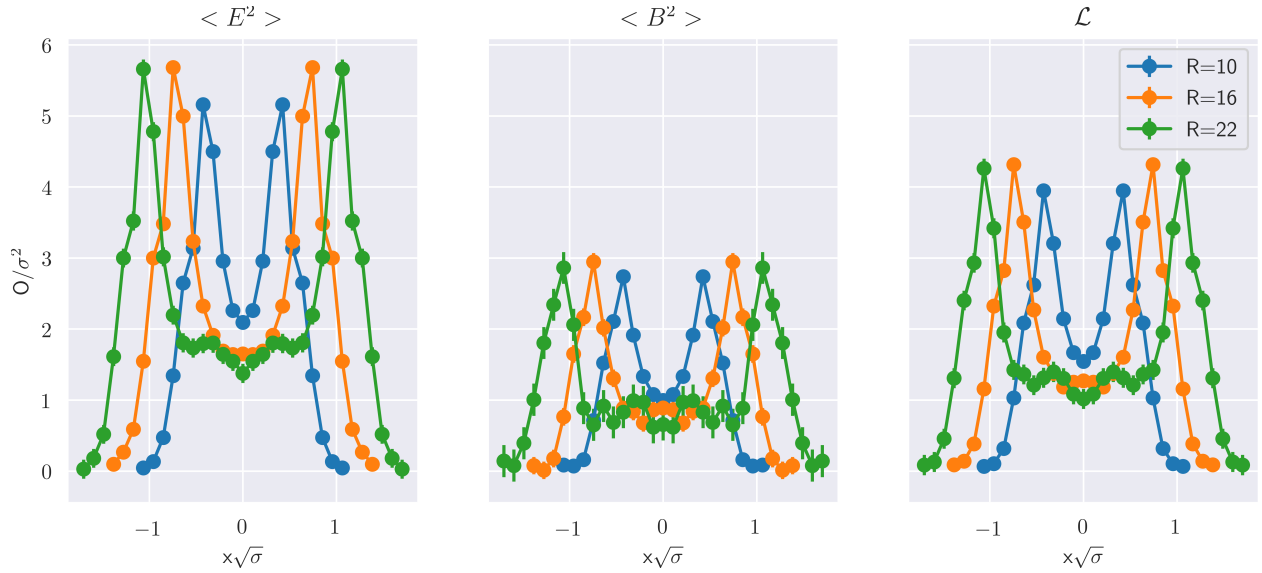


Рис. 1: Продольный профиль наблюдаемых для $T = 6$, $\mu = 0.00$

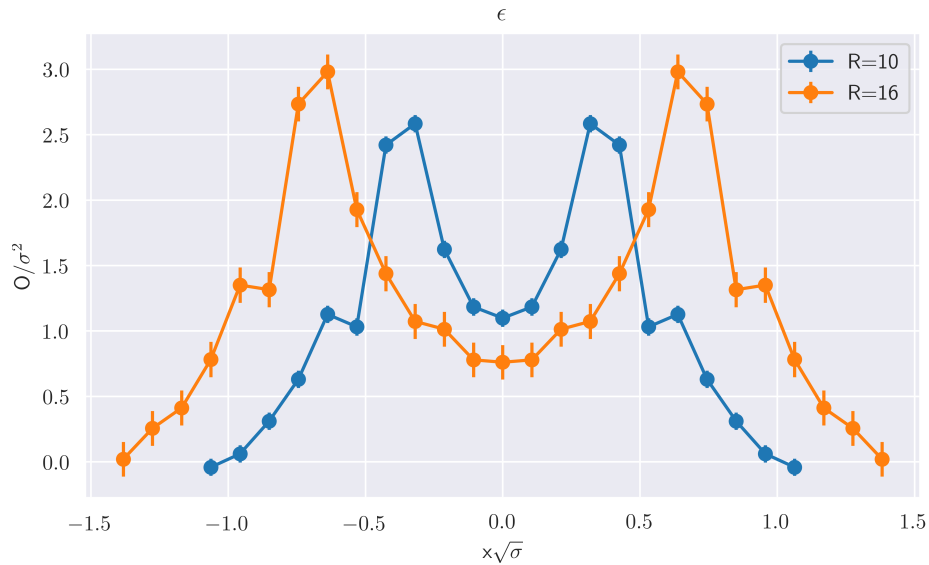


Рис. 2: Продольный профиль плотности энергии для $T = 6$, $\mu = 0.00$

На рис. 1 и рис. 2 представлен профиль $\langle E^2 \rangle$, $\langle B^2 \rangle$, \mathcal{L} и ϵ для нескольких значений R . Видно, что при больших R появляется плато посередине между кварками. Это свидетельствует об образовании адронной струны. Данные для плотности энергии будут представлены только для ограниченного числа параметров, поскольку эта наблюдаемая имеет плохой сигнал.

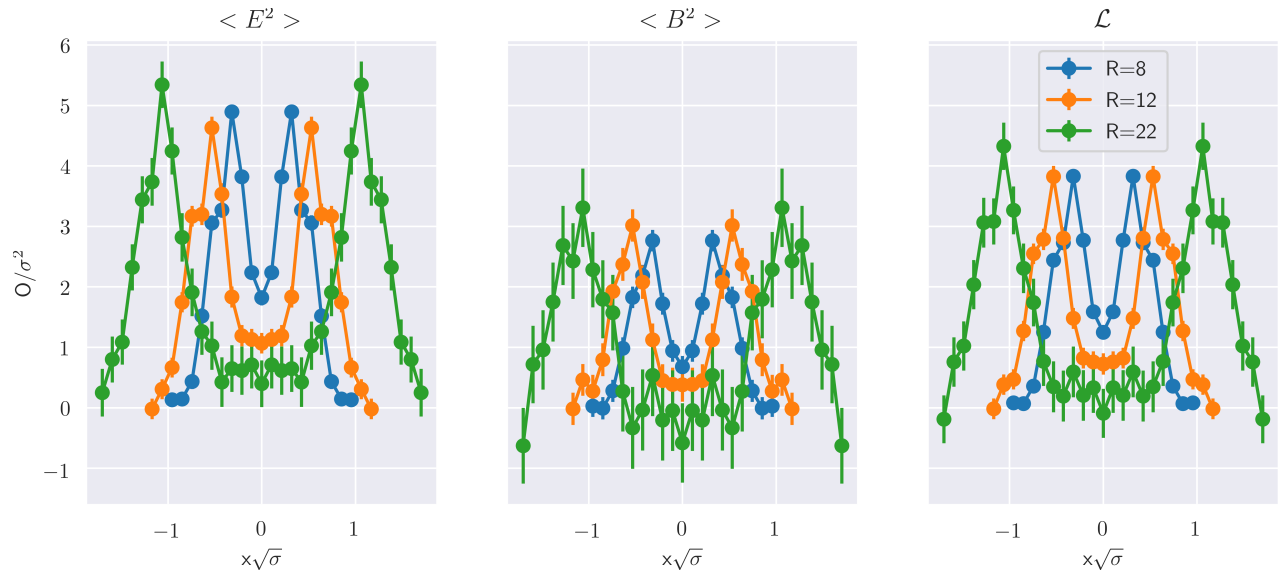


Рис. 3: Продольный профиль наблюдаемых для $T = 8, \mu = 0.40$

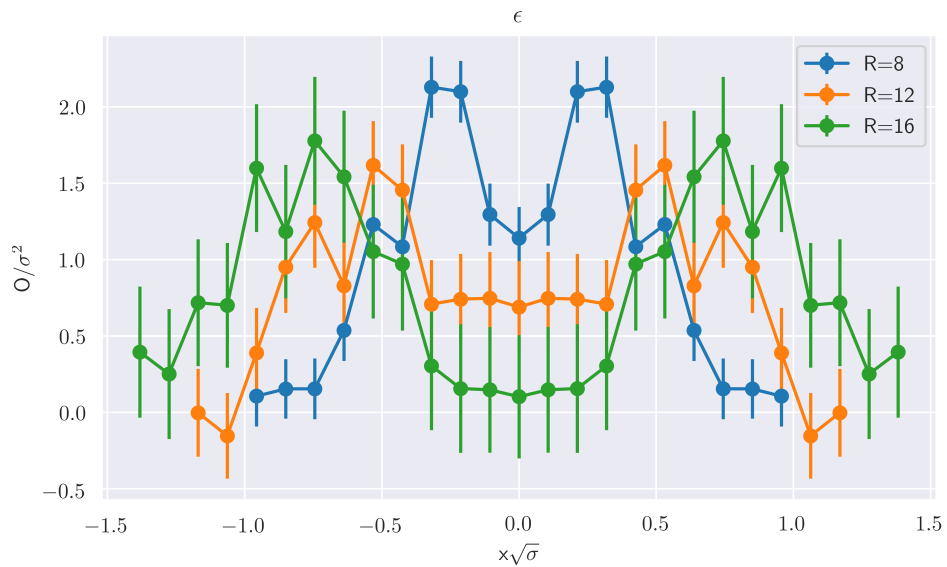


Рис. 4: Продольный профиль плотности энергии для $T = 8, \mu = 0.40$

Для $\mu = 40$ наблюдается отсутствие струны в пределах погрешности. То есть мы регистрируем исчезновение струны в фазе деконфайнмента при большом химическом потенциале. Амплитуда при больших R в пределах ошибок обращается в ноль при удалении от кварков.

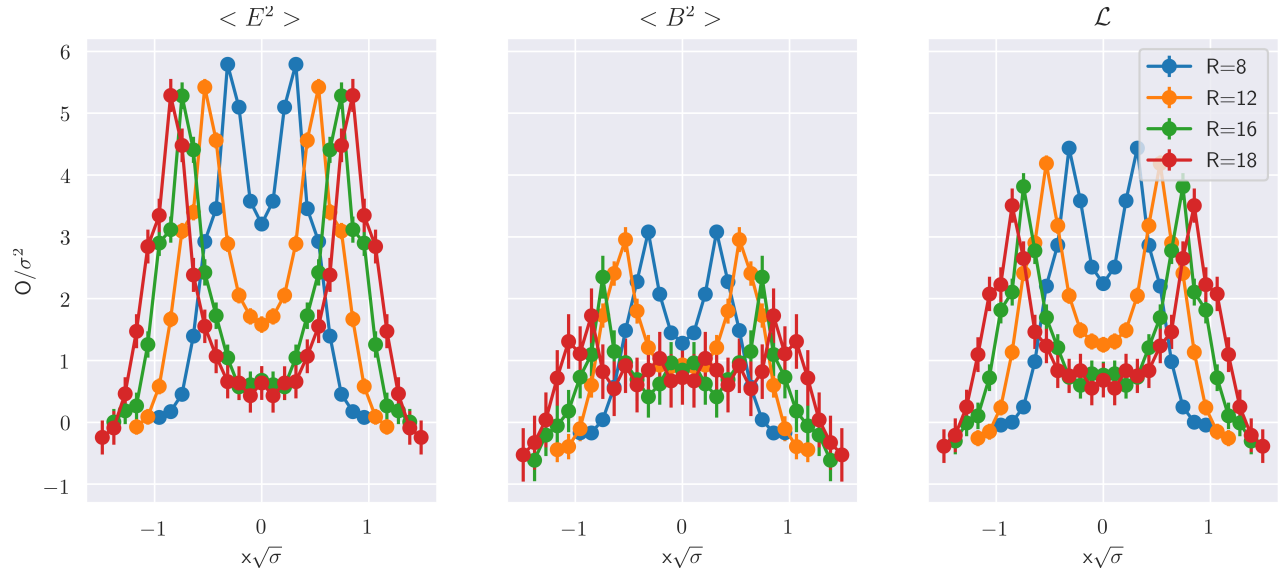


Рис. 5: Продольный профиль наблюдаемых для $T = 8$, $\mu = 0.10$

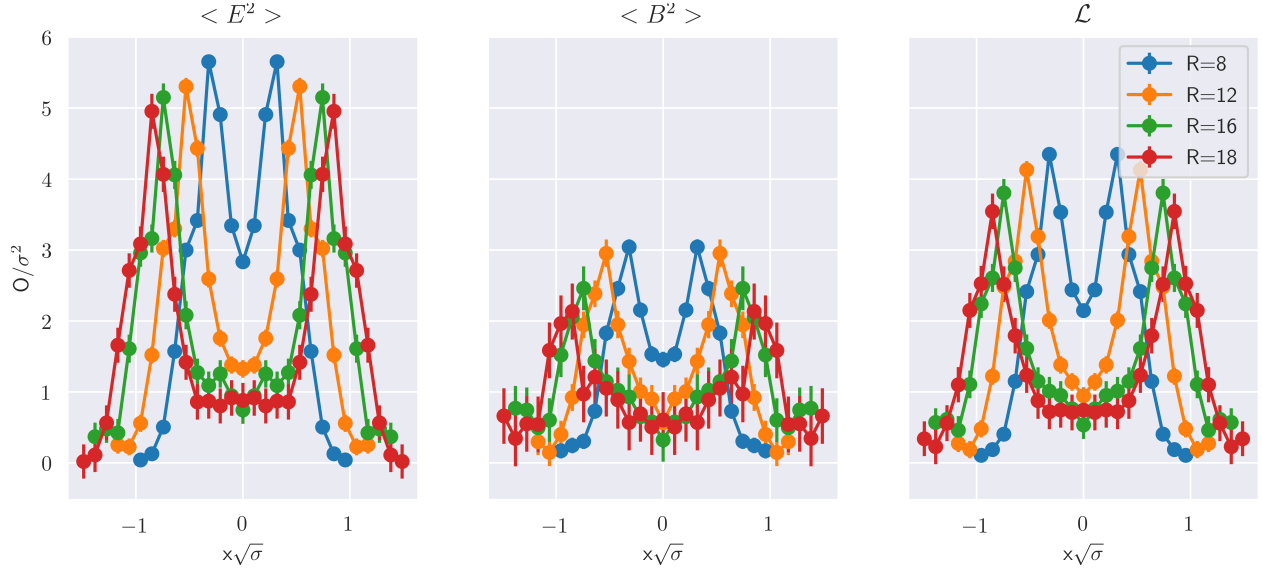


Рис. 6: Продольный профиль наблюдаемых для $T = 8$, $\mu = 0.15$

Согласно работе [5] $\mu = 0.10$ находится в фазе конфайнмента, но с уменьшенным натяжением струны, $\mu = 0.15$ уже находится в области перехода и натяжение струны почти обращается в ноль. Из рис.5 и 6 видно, что амплитуда наблюдаемых значительно уменьшилась по сравнению с $\mu = 0.00$. Хотя, для $\mu = 0.15$ наблюдаемые не обращаются в ноль. Причиной этому может быть то, что мы не достигли достаточно больших R из-за недостатка статистики.

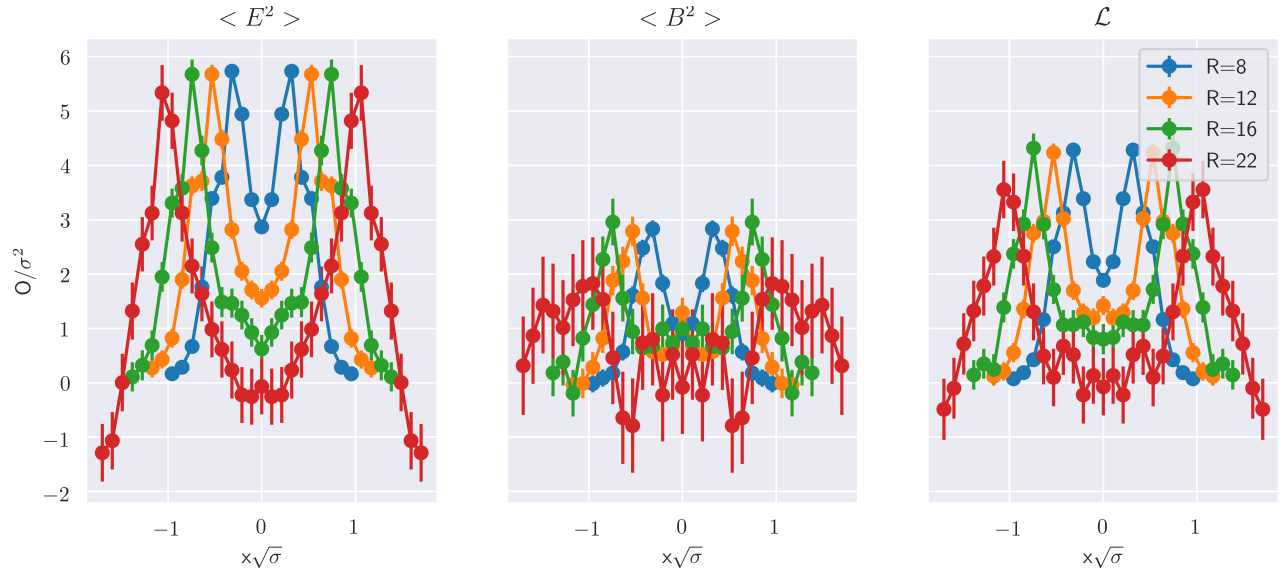


Рис. 7: Продольный профиль наблюдаемых для $T = 8$, $\mu = 0.25$

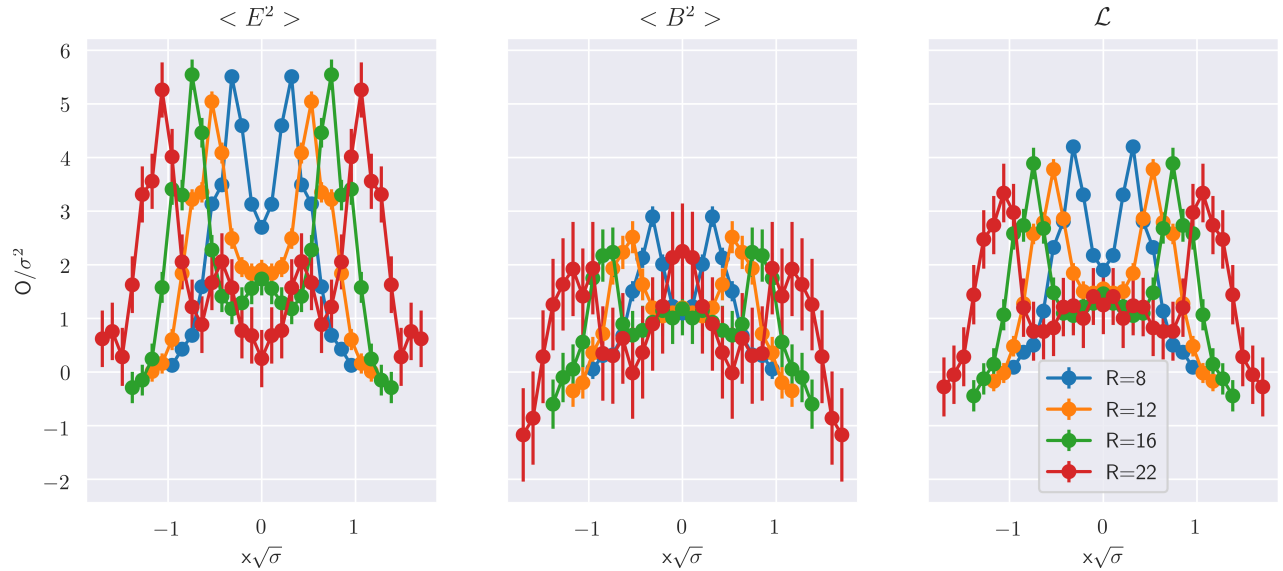


Рис. 8: Продольный профиль наблюдаемых для $T = 8$, $\mu = 0.30$

Для $\mu = 0.25$ и $\mu = 0.30$ при больших R магнитное поле $\langle B^2 \rangle$ имеет большие статистические ошибки, поэтому сложно говорить о поведении струны в этой области, однако резкий спад амплитуды $\langle E^2 \rangle$ в середине между кварками указывает на то, что струна все же пропадает.

5.3 Поперечный профиль

На рис. 9 - 16 будет изображен поперечный профиль струны в точке посередине между кварками при различных μ и R для $\langle E^2 \rangle$, $\langle B^2 \rangle$, \mathcal{L} и ϵ . Для больших химических потенциалов и больших R имеет большие ошибки, поэтому будут продемонстрированы относительно небольшие значения R .

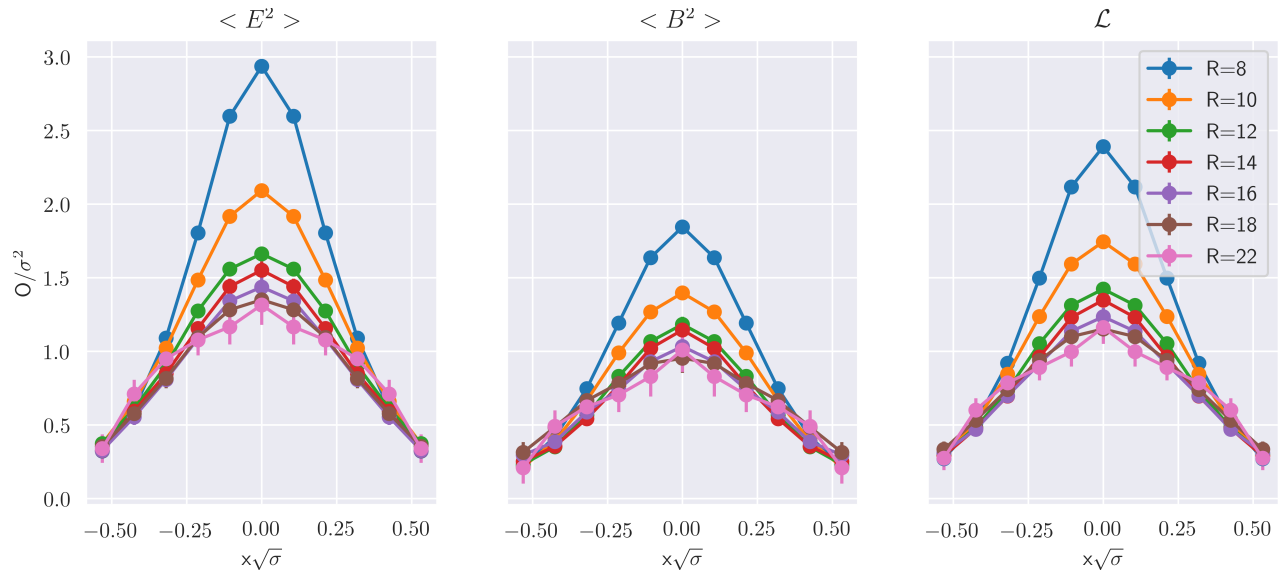


Рис. 9: Поперечный профиль наблюдаемых для $T = 6$, $\mu = 0.00$

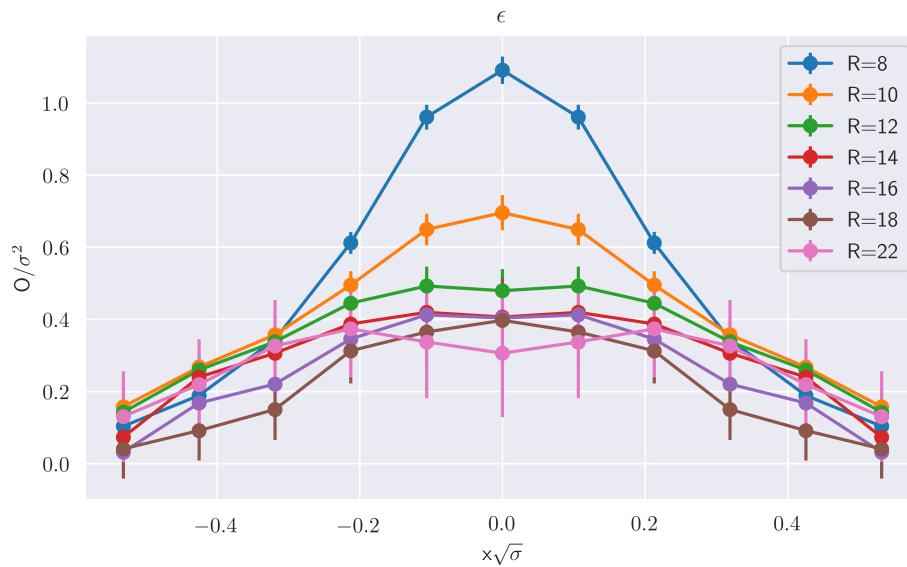


Рис. 10: Поперечный профиль энергии для $T = 6$, $\mu = 0.00$

На рис. 9 и рис.10 изображен поперечный профиль наблюдаемых для некоторых значений R . Для $\mu = 0.00$ также регистрируется наличие струны, так как при увеличении R наблюдаемые почти не зависят от R и имеют ненулевое значение.

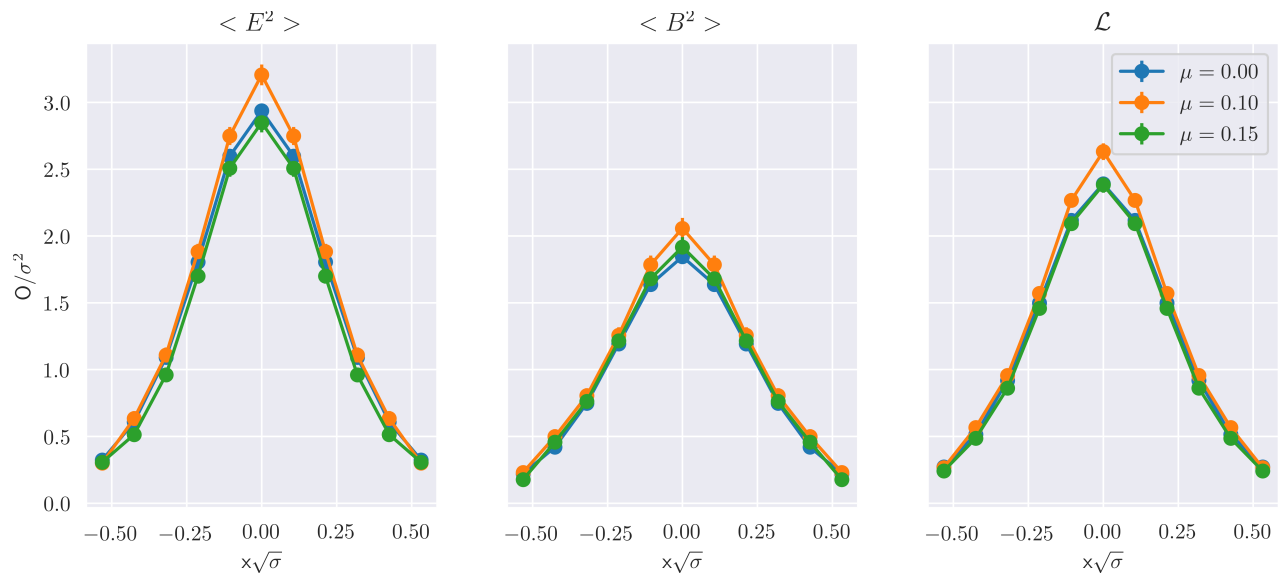


Рис. 11: Поперечный профиль наблюдаемых для разных μ и $R = 8$

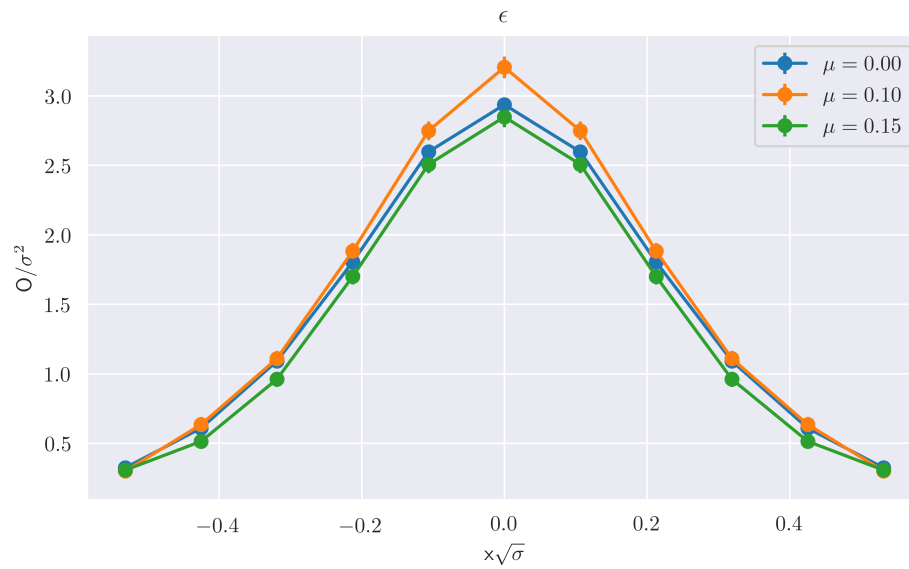


Рис. 12: Поперечный профиль плотности энергии для разных μ и $R = 8$

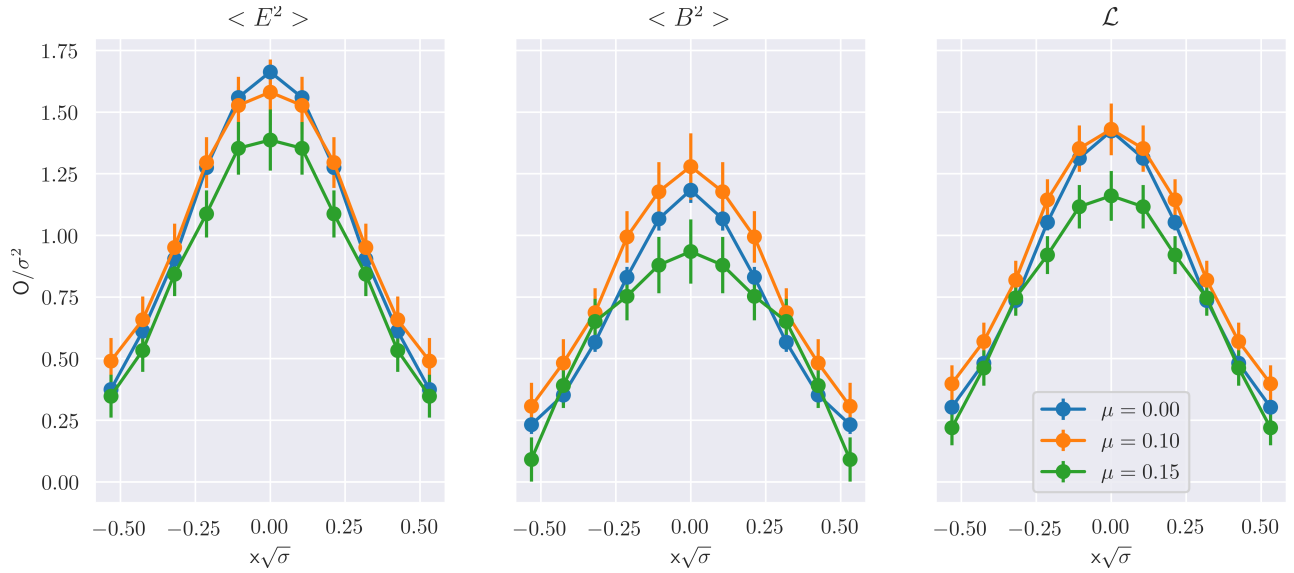


Рис. 13: Поперечный профиль наблюдаемых для разных μ и $R = 12$

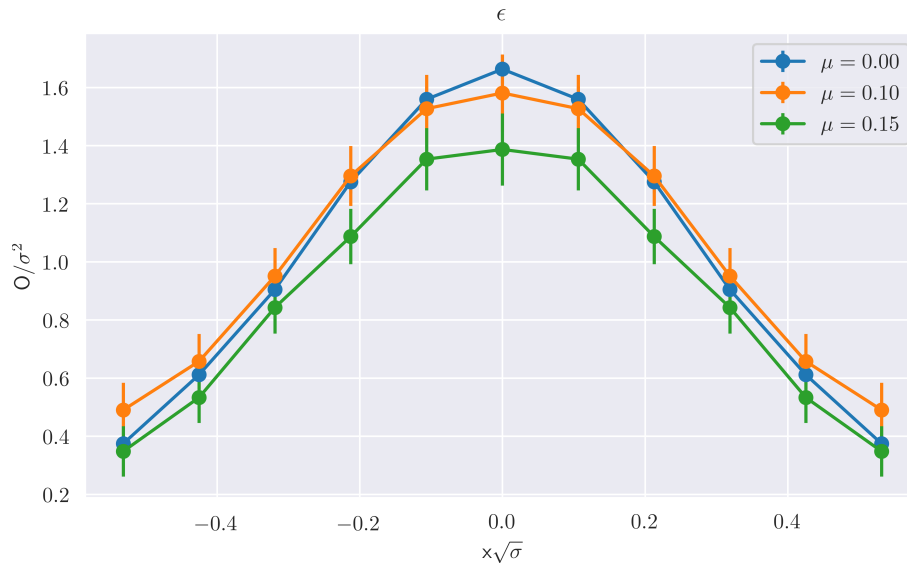


Рис. 14: Поперечный профиль плотности энергии для разных μ и $R = 12$

На рис.11 - 14 изображен поперечный профиль наблюдаемых для трех значений μ для $R = 8, 12$. Для $R = 8$ нет отличий профилей из-за недостаточно большого значения R . Для $R = 12$ профиль для $\mu = 0.15$ имеет заметно меньшую амплитуду, что согласуется с тем, что натяжение струны для этого μ близко к нулю. Мы ожидали бы, что при $\mu = 0.15$ уже не должно быть струны, однако для проверки этого утверждения необходимо брать большие R .

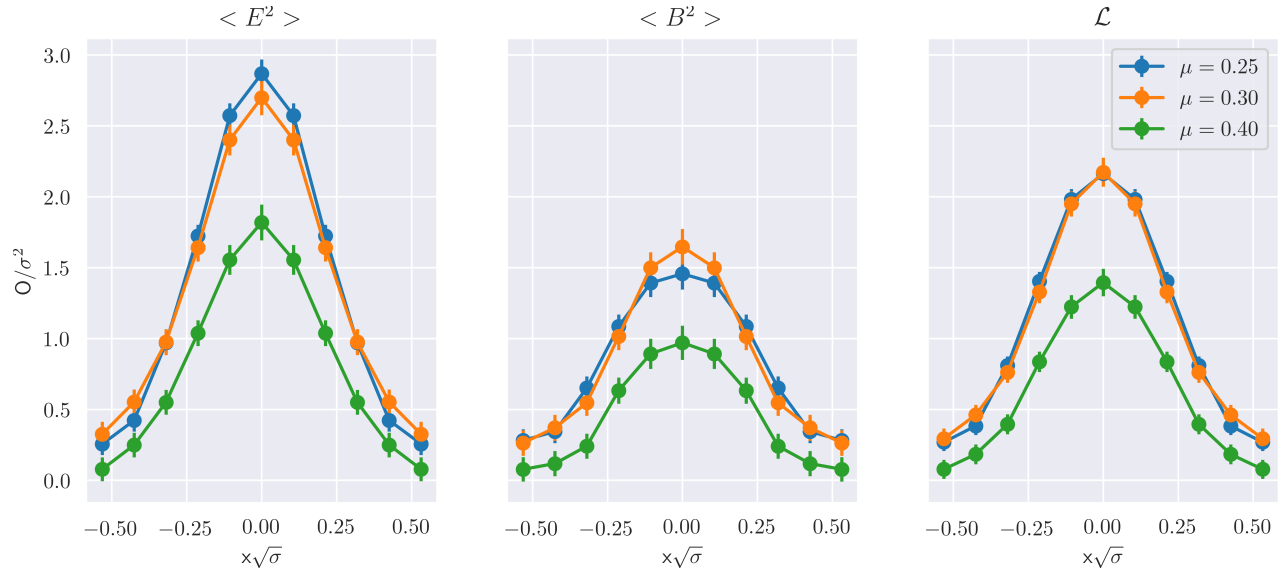


Рис. 15: Поперечный профиль наблюдаемых для разных μ и $R = 8$

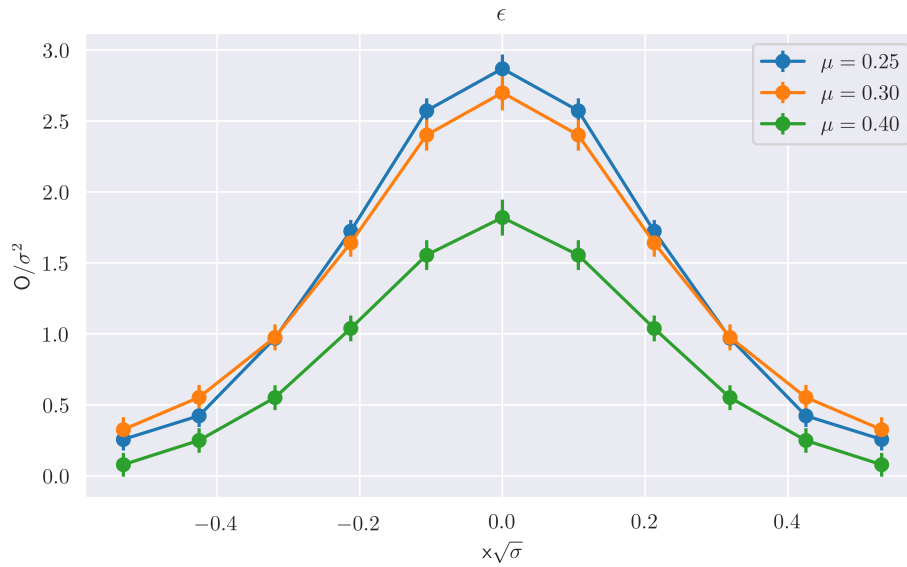


Рис. 16: Поперечный профиль плотности энергии для разных μ и $R = 8$

На рис.15 и 16 изображен поперечный профиль наблюдаемых при больших значениях μ для $R = 8$. В это области мы наблюдали отсутствие струны, поэтому данный профиль - остаточное поле от кварков в силу небольшого R . А уменьшение амплитуды для $\mu = 0.40$ может быть объяснено большим экранированием при большом μ .

Поведение струны можно также увидеть из поведения пика поперечного сечения наблюдаемых.

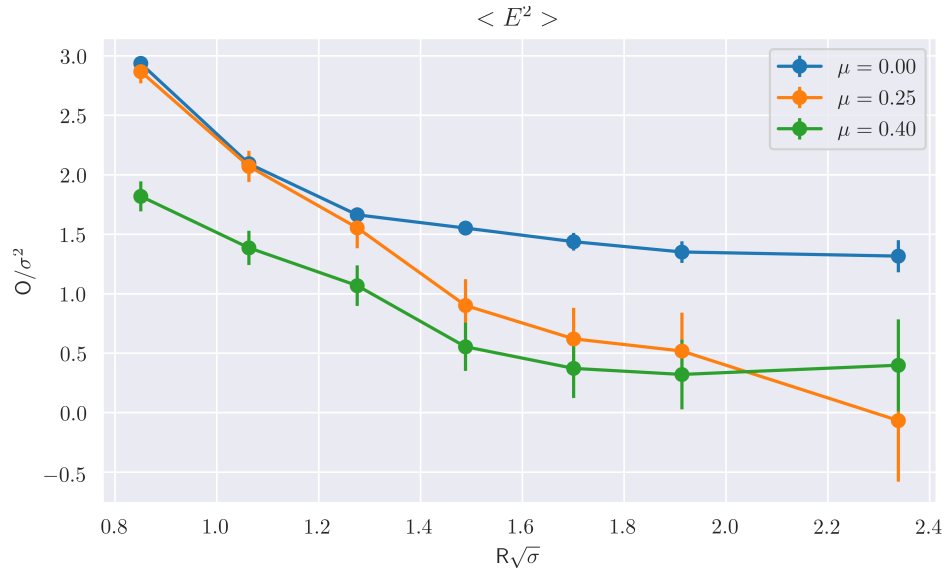


Рис. 17: Пик поперечного сечения для $\langle E^2 \rangle$

На рис. 17 видно, что для $\mu = 0.00$ пик выходит на плато, а для больших потенциалов, которые соответствуют уже фазе деконфайнмента, это значение стремится к нулю.

Для более наглядного представления о различии струны в конфайнменте и деконфайнмент можно обратиться к следующим рисункам.

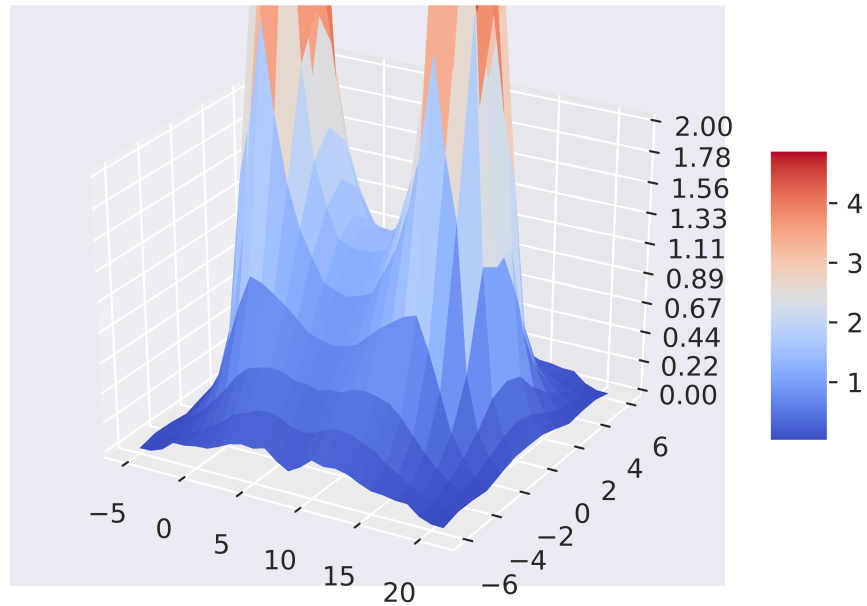


Рис. 18: Профиль $\langle E^2 \rangle$, $\mu = 0.00$, $R = 16$

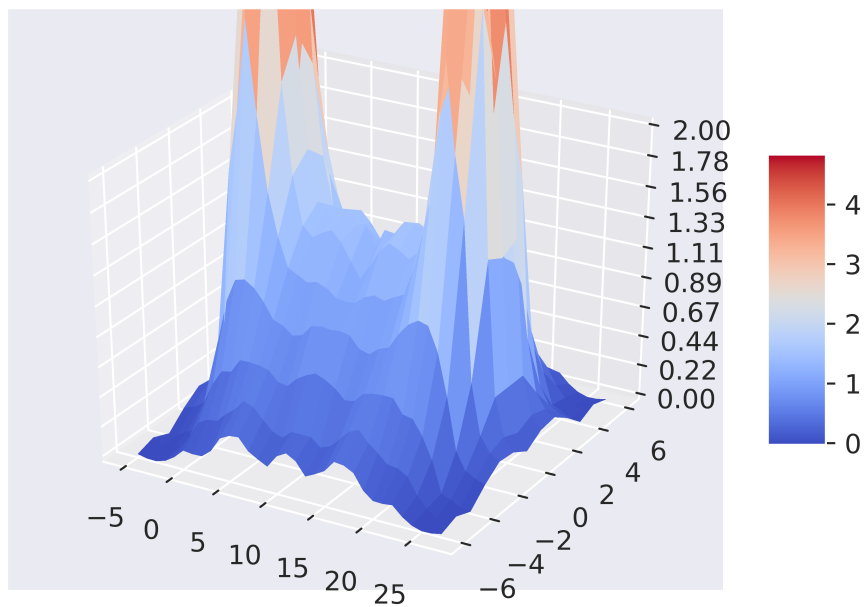


Рис. 19: Профиль $\langle E^2 \rangle$, $\mu = 0.00$, $R = 22$

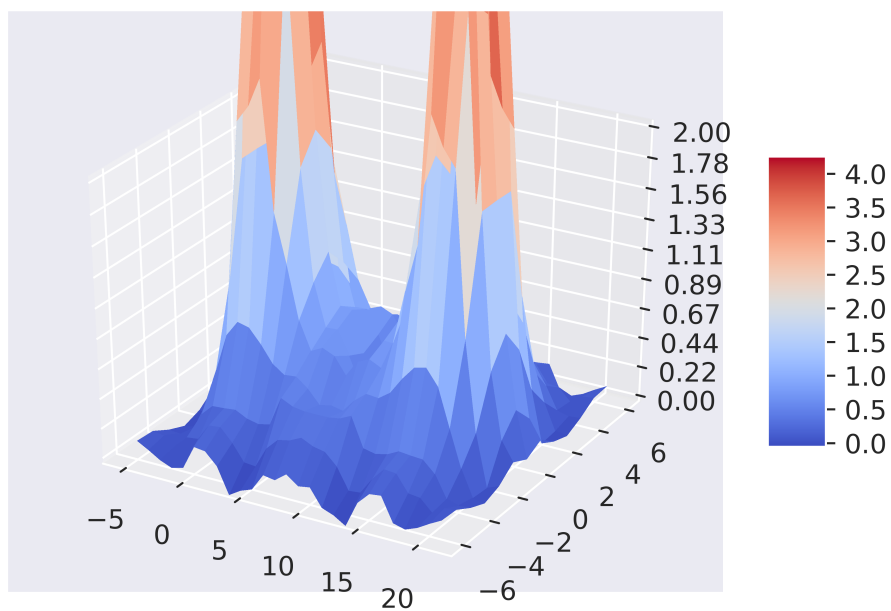


Рис. 20: Профиль $\langle E^2 \rangle$, $\mu = 0.40$, $R = 16$

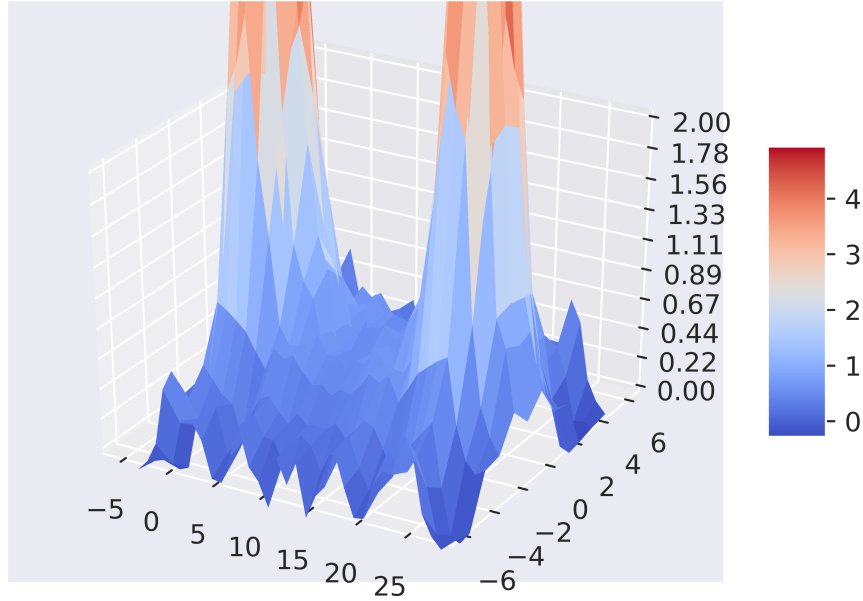


Рис. 21: Профиль $\langle E^2 \rangle$, $\mu = 0.40$, $R = 22$

На рисунках 18 - 21 изображен профиль $\langle E^2 \rangle$ для разных μ и R . Максимумы, в которых находятка кварки обрезаны, так как физически интересная область находится посередине между ними. Из рисунков можно заметить резкий спад амплитуды для $\mu = 0.40$ по сравнению $\mu = 0.00$. Это то, как наглядно выглядит исчезновение струны

В будущем планируется более подробное изучение поведения струны в зависимости от хим. потенциала. Для этого необходимо брать большие T и R , для чего нужна большая статистика. Также возможно изучение пространственного потенциала (имеется ввиду потенциал из чисто пространственной Вильсоновской петли) и, соответственно, пространственной струны.

Список литературы

- [1] M. G. Alford, K. Rajagopal, and F. Wilczek, Nucl. Phys. B537, 443 (1999), arXiv:hep-ph/9804403 [hep-ph]
- [2] T. Kojo, Y. Hidaka, L. McLerran, and R. D. Pisarski, Nucl. Phys. A843, 37 (2010), arXiv:0912.3800 [hep-ph].
- [3] M. G. Alford, K. Rajagopal, and F. Wilczek, Phys. Lett. B422, 247 (1998), arXiv:hep-ph/9711395 [hep-ph].

- [4] L. McLerran and R. D. Pisarski, Nucl. Phys. A796, 83 (2007), arXiv:0706.2191 [hep-ph].
- [5] V. G. Bornyakov, V. V. Braguta, E.-M. Ilgenfritz, A. Yu. Kotov, A. V. Molochkov, A. A. Nikolaev, Observation of deconfinement in a cold dense quark medium, arXiv:1711.01869, JHEP 1803 (2018) 161
- [6] G.S. Bali, K. Schillinga,b, Ch. Schlichter, Observing Long Colour Flux Tubes in SU(2) Lattice Gauge Theory, Phys.Rev. D51 (1995) 5165, arXiv:hep-lat/9409005
- [7] P. Bicudo, N. Cardoso and M. Cardoso, arXiv:1702.03454 [hep-lat], Nucl.Phys. B940 (2019) 88-112
- [8] S. Chagdaa, E. Galsandorj, E. Laermann and B. Purev, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 45 (2018) 025002
- [9] F. Gliozzi (Turin U. and INFN, Turin), M. Pepe (INFN, Milan Bicocca), U.-J. Wiese (Bern U.), The Width of the Confining String in Yang-Mills Theory, Phys.Rev.Lett.104:232001,2010, arXiv:1002.4888
- [10] M. Caselle, Flux tube delocalization at the deconfinement point, JHEP 1008:063,2010, arXiv:1004.3875
- [11] F. Gliozzi (Turin U. and INFN, Turin), M. Pepe, (INFN, Milan Bicocca), U.-J. Wiese, (Bern U.), Linear broadening of the confining string in Yang-Mills theory at low temperature, JHEP 1101:057,2011, arXiv:1010.1373
- [12] Paolo Cea, Leonardo Cosmai, Alessandro Papa, Chromoelectric flux tubes and coherence length in QCD, arXiv:1208.1362
- [13] Mario S. Cardaci, Paolo Cea, Leonardo Cosmai, Rossella Falcone, Alessandro Papa, Flux tubes in the SU(3) vacuum, PoS(Lattice 2011)323, arXiv:1109.6900
- [14] Paolo Cea, Leonardo Cosmai, Francesca Cuteri, Alessandro Papa, Flux tubes at finite temperature, Journal of High Energy Physics, 2016(6), 1-23, arXiv:1511.01783
- [15] B. Lucini and M. Panero, Phys. Rept. 526, 93 (2013), arXiv:1210.4997 [hep-th].
- [16] J. B. Kogut, M. A. Stephanov, D. Toublan, J. J. M. Verbaarschot, and A. Zhitnitsky, Nucl. Phys. B582, 477 (2000), arXiv:hep-ph/0001171 [hep-ph].
- [17] A. Hasenfratz, F. Knechtli, Phys. Rev. D64, 034504 (2001), hep-lat/0103029
- [18] M. Falcioni, M. Paciello, G. Parisi, B. Taglienti, Nuclear Physics B 251, 624 (1985)

- [19] SESAM Collaboration: Gunnar S. Bali , Hartmut Neff , Thomas Duessel , Thomas Lippert, Observation of String Breaking in QCD, Phys.Rev.D71:114513,2005, arXiv:hep-lat/0505012
- [20] Michael E. Peskin und Daniel V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory
- [21] A.Zee, Quantum field theory in a nutshell
- [22] C.Gattringer, C.B. Lang, Quantum Chromodynamics on the Lattice
- [23] H.B. Nielsen and P.Olesen, Vortex-line models for dual strings, Nuclear Physics B61 (1973) 45.
- [24] G. t'Hooft, in High Energy Physics, Ed. A. Zichichi, Edotorice Compositori, Bologna (1975); S. Mandelstam, Phys. Rep. 23C (1976) 245.
- [25] Y. Nambu, Phys. Rev. D10, 4262 (1974).
- [26] Y. Nambu, QCD and the string models, Phys. Lett. B 80 (1979) 372