

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Кафедра теоретической астрофизики и квантовой теории поля

Направление подготовки: 03.04.01 Прикладные математика и физика

Профиль (направленность) подготовки: Проблемы теоретической физики

Изучение пропагатора глюона в КХД с ненулевой

изоспиновой плотностью в калибровке Ландау

(магистерская диссертация)

Студент:

Терентьев Александр Сергеевич

Научный руководитель:

д.ф.-м.н. Брагута Виктор Валериевич

Москва 2020

Аннотация

В данной работе будет рассмотрено поведение пропагаторов и их форм-факторов в калибровке Ландау в $SU(3)$ КХД с числом флэйвов $N_f = 2 + 1$ при ненулевой изоспиновой плотности. Симуляции, использованные в работе, производились для динамических фермионов в формулировке Когута-Сасскинда и улучшенного калибровочного действия Симанчика. Для фиксации калибровки использовался комбинированный алгоритм имитации отжига (simulated annealing) и оверрелаксации. Учёт автокорреляций наблюдаемых производился с помощью алгоритма Г-метода. Поведение пропагаторов в инфракрасной области исследовано с помощью масс экранирования в хромоэлектрическом и хромомагнитном секторах. Обнаружены интересные особенности поведения хромомагнитной массы экранирования в области перехода конфайнмент-деконфайнмент, которое отличается от ожидаемого, однако требуется дальнейшее уточнение и проверка результатов.

Оглавление

1.	Введение	3
2.	КХД на решётке	6
2.1.	Взаимосвязь квантовой теории поля и статистической механики	6
2.2.	Формулировка непрерывной КХД в евклидовом времени	7
2.3.	Введение решёточной дискретизации	8
2.4.	Генерация конфигураций	9
3.	Симуляции с ненулевой изоспиновой плотностью	11
4.	Фиксация калибровки	14
4.1.	Калибровка Ландау	14
4.2.	Фиксация калибровки на решётке	15
5.	Наблюдаемые	18
5.1.	Глюонные пропагаторы и форм-факторы	18
5.2.	Массы экранирования	19
6.	Анализ погрешностей и автокорреляций наблюдаемых в цепочках Монте-Карло симуляций	21
6.1.	Автокорреляции	21
6.2.	Binning, Jackknife	21
6.3.	Г-метод	23
7.	Результаты	27
8.	Заключение	36
	Список литературы	37

1. Введение

Теория сильных взаимодействий описывает формирование и взаимодействие всего многообразия частиц адронной материи: барионов и мезонов. Сильное взаимодействие ответственно за их свойства, в частности, вносит основной вклад в массы этих частиц и определяет их спектр. Кроме того, оно описывает свойства материи при различных температурах и плотностях энергии, как, например, в состоянии кварк-глюонной плазмы, которое может кратковременно наблюдаться в столкновениях тяжёлых ионов на ускорителях, а также, предположительно, описывает состояние вещества в ранней вселенной и ядрах нейтронных звёзд.

Наиболее полной и общепринятой теорией сильных взаимодействий на данный момент является квантовая хромодинамика (КХД) - теория взаимодействия частиц и неабелевого калибровочного поля Янга-Миллса [1] с $SU(3)$ симметрией группой Ли. В ней частицами материи (фермионами) являются кварки, а переносчиками взаимодействия (бозонами) - безмассовые глюоны. Теория обладает рядом нетривиальных свойств. В отличие от квантовой электродинамики (КЭД), константа связи уменьшается при увеличении энергетического масштаба (уменьшении характерного масштаба длины), проявляется так называемое антиэкранирование и, как следствие, теория асимптотически свободна [2,3]. При увеличении расстояния константа взаимодействия растёт. Здесь проявляется другая важная особенность теории - конфайнмент цвета. Каждый отдельный кварк обладает цветовым зарядом и преобразуется как триплет в фундаментальном представлении калибровочной группы, глюоны преобразуются как октет, лежащий в присоединённом представлении (т.е., в отличие от КЭД сами обладают зарядом относительно группы и могут взаимодействовать между собой), а любые возможные наблюдаемые

их комбинации преобразуются тривиально относительно калибровочной группы - являются бесцветными комбинациями. Это, в частности, проявляется как адронизация пучков партонов при столкновении частиц. Механизм конфайнмента является одним из главных объектов изучения КХД. Для его объяснения предложены различные модели, такие как модель дуального сверхпроводника[4,5] и бозонной струны[6,7].

Исследования в области квантовой хромодинамики с ненулевой барионной плотностью имеют множество приложений от космологии и астрофизики до изучения столкновения тяжёлых ионов, например, в таких экспериментах, как FAIR и NICA. Решёточные симуляции этих процессов являются наиболее естественным подходом, так как КХД представляет собой сильно скоррелированную систему. В трёхцветных $SU(3)$ моделях с конечным химпотенциалом появляется проблема комплексности фермионного детерминанта. Её возможно избежать, используя абсолютное значение детерминанта, однако это приводит к большим флуктуациям фазы и, как следствие, проблеме знака в численных расчётах[8]. Существуют различные эффективные модели, позволяющие избежать эту проблему однако они являются недостаточным приближением, а систематическая ошибка, вносимая моделью, плохо поддаются оценке[9-11].

Для изучения свойств плотной барионной материи используют системы, похожие на КХД, но не имеющие проблемы знака, такие как двухцветная $SU(2)$ модель с конечной барионной плотностью[12] или КХД с ненулевым киральным химпотенциалом[13-15].

В настоящее время активно изучается $SU(2)$ КХД с ненулевой барионной плотностью. В частности, хорошо изучены фазовая диаграмма и некоторые свойства плотной барионной материи в этой модели. В 2018 году был получен важный результат[16] - наблюдение перехода конфайнмент-деконфайнмент в сверхплотной холодной барионной материи двух-

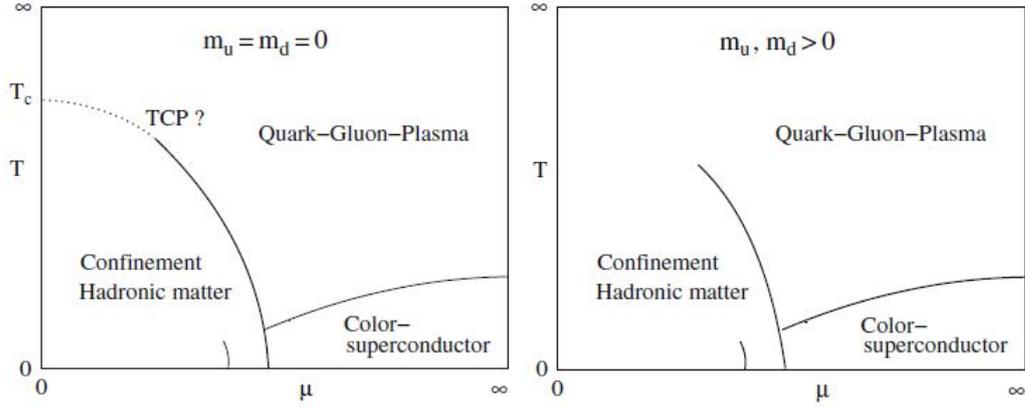


Рис. 1. Предполагаемая фазовая диаграмма КХД в плоскости (T, μ) для двух безмассовых кварков(слева) и двух вырожденных по массе лёгких кварков с добавлением третьего(справа)[17].

цветной КХД.

Кроме того, активным направлением исследований является изучение полной $SU(3)$ КХД с ненулевым значением химпотенциала, её фазовая диаграмма(см. рис. 1) хорошо изучена при низких значениях плотности изоспина с целью нахождения трёхкритической точки(на графике слева) или конечной точки второго рода (на графике справа) для линии фазового перехода первого рода, но область высоких значений химпотенциала исследована не настолько глубоко.

Результаты исследований в области больших значений плотности изоспина важны для понимания процессов в плотной барионной материи. В работе 2019 года[18] было исследовано натяжение струны и впервые были получены результаты, свидетельствующие о наблюдении перехода конфайнмент-деконфайнмент в плотной КХД.

В данной работе будет рассмотрено поведение глюонных пропагаторов и форм-факторов в калибровке Ландау в зависимости от плотности изоспина. В инфракрасной области будет произведена оценка масс экранирования в хромэлектрическом и хромомагнитном секторах.

2. КХД на решётке

2.1. Взаимосвязь квантовой теории поля и статистической механики

В пространстве Минковского функциональный интеграл по траекториям определяется следующим образом:

$$Z = \int D\phi \exp(iS[\phi]) = \int D\phi \exp(i \int d^d \mathcal{L}(\phi)), \quad (1)$$

где $D\phi$ - функциональная мера интегрирования, $\mathcal{L}(\phi)$ - лагранжиан, интегрирование производится по d -мерному пространству-времени. Производя поворот Вика, переходим к мнимому времени $t \rightarrow -it_E$, получаем евклидов функциональный интеграл с действием S_E

$$Z = \int D\phi \exp(-S_E[\phi]), \quad (2)$$

что говорит об аналогии с классической статистической механикой. Кроме того, можно записать статсумму квантовомеханической системы через сумму по состояниям [19] :

$$Z = \text{Tr} \exp^{-\beta H} = \sum_n \langle n | \exp^{-\beta H} | n \rangle. \quad (3)$$

Заменяя время t на $-i\beta$ и суммируя по одинаковым конечным и начальным состояниям $|q_I\rangle = |q_F\rangle = |n\rangle$ для интеграла по траекториям в формулировке Дирака $\langle F | \exp -iHt | I \rangle$, получаем

$$Z = \text{Tr} \exp^{-\beta H} = \int_{PBC} Dq \exp\left(-\int_0^\beta d\tau L(q)\right), \quad (4)$$

где лагранжиан соответствует гамильтониану H в евклидовом времени τ . Интегрирование производится от 0 до β , взятие следа подразумевает равные конечные и начальные состояния, а значит периодические грани.

условия. Этот результат обобщается для случая теории поля в $D + 1$ пространстве-времени:

$$Z = \text{Tr} \exp^{-\beta H} = \int_{PBC} D\phi \exp\left(-\int_0^\beta d\tau \int d^D L(\phi)\right) \quad (5)$$

с граничным условием $\phi(\vec{x}, 0) = \phi(\vec{x}, \beta)$. Получаем соответствие между $(D + 1)$ -мерной евклидовой к.т.п. и D -мерной квантовой статистической механикой.

2.2. Формулировка непрерывной КХД в евклидовом времени

Лагранжиан КХД в непрерывной теории с мнимым временем записывается следующим образом:

$$\mathcal{L}_{QCD}^E = \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_{f,a} (\gamma_\mu D_{\mu,ab} + m_f \delta_{ab}) \psi_{f,b} + \frac{1}{2} \text{Tr}[F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}], \quad (6)$$

где цветные индексы пробегают значения $a, b = 1, \dots, N$ для группы $SU(N)$, f - флейворный индекс принимает значения от 1 до N_f , γ_μ - набор Евклидовых гамма-матриц, ψ - кварковые поля, трансформирующиеся по фундаментальному представлению группы $SU(N)$. Ковариантная производная

$$D_{\mu,ab} = \partial_\mu \delta_{a,b} + i g_s A_{\mu,ab} \quad (7)$$

включает в себя константу связи g_s и калибровочное поле $A_{\mu,ab}$, которое может быть разложено по базису алгебры Ли $\mathfrak{su}(\mathfrak{n})$ - бесследовых эрмитовых матриц - генераторов группы $SU(N)$, преобразующихся по присоединённому представлению:

$$A_\mu = \sum_{i=1}^{N^2-1} A_{\mu,i} T_i. \quad (8)$$

Тогда тензор напряжённости поля $F_{\mu\nu}$ может быть записан как

$$F_{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{N^2-1} (\partial_\mu A_{\nu,i} - \partial_\nu A_{\mu,i} - f_{ijk} A_{\mu,j} A_{\nu,k}) T_i, \quad (9)$$

где f_{ijk} - структурные константы группы,

$$[T_i, T_j] = i f_{ijk} T_k. \quad (10)$$

Статсумма КХД системы в данном формализме имеет вид:

$$Z = \int DA_\mu D\bar{\psi} D\psi \exp(-S_F(\bar{\psi}, \psi, A_\mu) - S_G(A_\mu)), \quad (11)$$

где S_G и S_F - калибровочная и фермионная части действия соответственно.

2.3. Введение решёточной дискретизации

Обычно при расчётах в квантовой теории поля используется аппарат теории возмущений; при этом возникают расходимости, которые необходимо устранить, для чего используются различные методы регуляризации, например, размерная регуляризация[19-21], обрезание по импульсу[19,21], регуляризация Паули-Вилларса[19,21,22]. Альтернативным путём является дискретизация пространства-времени гиперкубической решёткой \mathbb{Z}^d с периодом a , являющимся минимальным масштабом в теории. Таким образом вводится естественный ультрафиолетовый регулятор $\sim \frac{1}{a}$. Непрерывная теория должна восстанавливаться в пределе $a \rightarrow 0$. Динамическими переменными являются поля материи в узлах решётки и калибровочные поля на рёбрах (линках), а производные полей заменяются конечными разностями. Фермионные поля $\psi(n)$ в узлах преобразуются под действием элементов группы

$$\psi(n) \rightarrow \psi'(n) = \Omega(n)\psi(n), \bar{\psi}(n) \rightarrow \bar{\psi}'(n) = \bar{\psi}(n)\Omega(n)^\dagger. \quad (12)$$

Действие теории должно включать члены типа $\bar{\psi}(n)U_\mu(n)\psi(n + \hat{\mu})$ где линковые переменные $U_\mu(n)$ в направлении $\hat{\mu}$ из требования инвариантности действия должны преобразовываться следующим образом:

$$U_\mu(n) \rightarrow U'_\mu(n) = \Omega(n)U_\mu\Omega(n + \mu)^\dagger. \quad (13)$$

Естественно, $U_{-\mu}(n) \equiv U_\mu(n - \hat{\mu})^\dagger$. Среднее вакуумное значение наблюдаемой O , которое также может быть произведением нескольких наблюдаемых, вычисляется через евклидов интеграл по путям

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}[U] \exp(-S_G[U]) O[U] \quad (14)$$

с калибровочным действием $S_G[U]$ и статсуммой

$$Z = \int \mathcal{D}[U] \exp(-S_G[U]). \quad (15)$$

Решётонная регуляризация сохраняет большое количество локальных и глобальных симметрий непрерывной теории, однако, нарушает $O(d)$ симметрию до гиперкубической, а также явно нарушает киральную симметрию для даже для случая безмассовых фермионов [17,23,24]. Регуляризованные таким образом функциональные интегралы могут быть посчитаны непертурбативными методами (например, стохастическими методами Монте-Карло симуляций), что позволяет производить расчёты КХД в режиме сильной связи, когда константа связи g не является малой величиной, то есть в областях перехода конфайнмент-деконфайнмент.

2.4. Генерация конфигураций

В процессе Монте-Карло важно получать конфигурации с желаемым распределением. Эффективным подходом является гомогенный марковский процесс - стохастический, сильно эргодический процесс, сходящийся к фиксированной точке в конфигурационном пространстве. Для

определения подмножества конфигураций, взвешенных с больцмановским фактором $P(U) \propto \exp(-\beta S[U])$, используется выборка по значимости, которая приводит к последовательности конфигураций (марковской цепи), распределенных согласно данной плотности вероятности. Каждая новая конфигурация зависит только от предшествующей и генерируется с вероятностью перехода $T(U' = U_{t+1}|U = U_t)$, где t - шаг симуляции, "компьютерное время". Вероятность перехода удовлетворяет свойствам

$$0 \leq T(U'|U) \leq 1, \sum_{U'} T(U'|U) = 1. \quad (16)$$

Когда система приходит в равновесие, должно удовлетворяться уравнение баланса:

$$\sum_U T(U'|U)P(U) = \sum_{U'} T(U|U')P(U'). \quad (17)$$

Учитывая условие полноты, можно написать

$$\sum_U T(U|U')P(U') = P(U), \quad (18)$$

что говорит о том, что равновесное распределение $P(U)$ - фиксированная точка марковской цепи. Достаточным условием для решения уравнения баланса является равенство членов сумм, что приводит к уравнению детального баланса:

$$T(U'|U)P(U) = T(U|U')P(U'), \quad (19)$$

на основе которого выполняется алгоритм Метрополиса для генерации кандидатов конфигураций для следующего шага симуляции.

3. Симуляции с ненулевой изоспиновой плотностью

Чтобы учесть эффекты ненулевой плотности кварков, необходимо расширить статсумму большого канонического ансамбля статистической системы с помощью оператора количества кварков \hat{N}_q :

$$Z(T, \mu) = \text{Tr}[\exp(-(\hat{H} - \mu\hat{N}_q)/T)], \quad (20)$$

где μ - кварковый химпотенциал. Учитывая целочисленность оператора \hat{N}_q , можно разложить статсумму в ряд по каноническим статсуммам $Z_n(T)$ (fugacity expansion) для числа кварков n [17]:

$$Z(T, \mu) = \sum_n (\exp(\mu/T))^n Z_n(T). \quad (21)$$

Используя статсумму большого канонического ансамбля, теперь можно вычислять наблюдаемые, например плотность кваркового числа

$$n_q \equiv \frac{1}{V} \langle \hat{N}_q \rangle = \frac{T}{V} \frac{\partial \log Z}{\partial \mu}. \quad (22)$$

В большинстве сценариев, когда рассматривается сжатие или нагревание КХД системы, достаточно учитывать вклад только трёх лёгких ароматов кварков $f = u, d, s$. Однако, вместо вычислений в флэйворном базисе можно ввести три независимые их комбинации [25, 26]:

$$\mu_B = \frac{3}{2}(\mu_u + \mu_d), \mu_I = \frac{1}{2}(\mu_u - \mu_d), \mu_S = -\mu_s, \quad (23)$$

В работе вычисления производятся для КХД с $N_f = 2 + 1$ флэйворами кварков: двух вырожденных по массе $m_u = m_d \equiv m_{ud}$. Статсумма определяется как интеграл по путям для полей U на линках пространственно-временной решётки размером $N_s^3 \times N_t$. Она записывается в виде:

$$Z = \int DU e^{-\beta S_G[U]} \times \det[M_{ud}^\dagger(\mu_I) M_{ud}(\mu_I) + \lambda^2]^{\frac{1}{4}} \det M_s^{\frac{1}{4}} \quad (24)$$

с матрицами M_{ud} и M_s для лёгких и странного кварка соответственно и инфракрасным регулятором λ , введённым для обрезания нулевых мод оператора Дирака, а также для детектирования фазового перехода в конечном объёме. Функциональное интегрирование происходит во всём объёме группового многообразия $SU(3)$: $DU = \prod_x \prod_{\mu=1}^4 dU_{x,\mu}$, где $U_{x,\mu}$ - линковая переменная решёточного калибровочного поля в точке x и направлении μ . $S_G[U]$ - улучшенное калибровочное действие Симанчика[27]:

$$S_G = S_W + S_{impr}, \quad (25)$$

где S_W - Вильсоновское калибровочное действие[17]:

$$S_W = \beta \sum_x \sum_{\mu > \nu}^{[1, \dots, 4]} \left[1 - \frac{1}{N_c} \Re \text{Tr} (U_{x,\mu} U_{x+\hat{\mu},\nu} U_{x+\hat{\nu},\mu}^\dagger U_{x,\nu}^\dagger) \right], \quad (26)$$

$\beta = 2N_c/g_0^2$, g_0 - голая константа связи, след берётся по плакетам решётки;

$$S_{impr} = \beta \sum_x \sum_{\mu > \nu}^{[1, \dots, 4]} \left[1 - \frac{1}{N_c} \Re \text{Tr} (P_{\mu\nu}^{rect}) \right], \quad (27)$$

след берётся по прямоугольным траекториям, составленным из нескольких плакетов:

$$\begin{aligned} P_{\mu\nu}^{rect} = & U_\mu(n) U_\mu(n + \hat{\mu}) U_\nu(n + 2\hat{\mu}) U_\mu^\dagger(n + \hat{\mu} + \hat{\nu}) U_\mu^\dagger(n + \hat{\nu}) U_\nu^\dagger(n) + \\ & + U_\mu(n) U_\nu(n + \hat{\mu}) U_\nu(n + \hat{\mu} + \hat{\nu}) U_\mu^\dagger(n + 2\hat{\nu}) U_\nu^\dagger(n + \hat{\nu}) U_\nu^\dagger(n). \end{aligned} \quad (28)$$

Симуляция проводилась для динамических фермионов в формулировке Когута-Сасскинда [28], позволяющей устранить нефизические фермионные состояния, появляющиеся вследствие удвоения фермионов[17] при дискретизации действия. Химпотенциалы кварков равны по амплитуде и противоположны по знаку: $\mu_u = -\mu_d = \mu_I$, из за чего нарушается изоспиновая симметрия системы. Химпотенциал странного кварка имеет

нулевое значение. Плотность изоспина в данном случае можно найти как

$$\langle n_I \rangle = \frac{T}{V} \frac{\partial \log Z}{\partial \mu_I} \quad (29)$$

В решёточных вычислениях массы кварков и калибровочная константа связи не являются независимыми величинами, их соотношения лежат на т.н. "линиях постоянства физики"[29]. Из требования воспроизводимости физики континуальной системы в непрерывном пределе следует соотношение между β и m_{ud}, m_s . Симуляции производились на решётке $28^3 \times 28$ при $\beta = 4.036$, $m_{ud}a = 0.007701599$, $m_s a = 0.0271$, что соответствует массе пиона 380 MeV и массе странного кварка 104 MeV, шагу решётки 0.0687 фм. Вычисления проведены при почти нулевой температуре и восьми значений химпотенциала в диапазоне $\mu_I \in [0, \dots, 1.2]$ GeV.

4. Фиксация калибровки

4.1. Калибровка Ландау

Для изучения конфайнмента в КХД является важным определение функций Грина в чистых калибровочной теории Янга-Миллса, что представляет собой непростую задачу, которая также усугубляется их зависимостью от выбора калибровки. Был предложен подход, основанный на решении урезанной системы уравнений Дайсона-Швингера[30], учитывающей вклады до трёхглюонной вершины включительно; также изучались уравнения ренормгруппы[31]. Основной задачей этих подходов является получение инвариантного теоретико-полевого описания механизма конфайнмента в терминах инфракрасного поведения зависящих от калибровки функций Грина: глюонных и духовых пропагаторов в калибровке Ландау. Поэтому они являются интересными для изучения объектами в рамках решёточного формализма. В калибровке Ландау система уравнений Дайсона-Швингера упрощается вследствие относительно малого количества полей и вершин. Кроме того, в этой калибровке сохраняется Лоренцевская ковариантность, что делает возможным применение критерия конфайнмента Куго-Оджимы[32]. Ещё одной интересной особенностью является расщепление уравнений относительно продольного и поперечного пропагатора. Для духово-глюонной вершины в калибровке Ландау константа перенормировки остаётся конечной, что позволяет вычисление константы связи, ограничиваясь только двухточечными корреляционными функциями[33,34,35,41].

4.2. Фиксация калибровки на решётке

В решёточной КХД фиксация калибровки Ландау, в отличие от, например, темпоральной [17], происходит не через максимальные деревья [17], но с использованием условия экстремума некоего функционала. Таким образом, проблема фиксации калибровки представляет из себя задачу оптимизации большого масштаба. Линковые переменные на решётке, в отличие от непрерывной теории, являются элементами группы, а не алгебры, поэтому не являются бесследовыми матрицами. В качестве кандидатов выбираются матрицы элементов группы, близкие к единичной. Линковые переменные $U_{x,\mu}$ преобразуются под действием локальных калибровочных преобразований $g_x \in SU(3)$ следующим образом:

$$U_{x,\mu} \mapsto U_{x,\mu}^g = g_x^\dagger U_{x,\mu} g_{x+\hat{\mu}}. \quad (30)$$

Безразмерный калибровочный векторный потенциал на решётке выражается через линковые переменные:

$$A_{x+\hat{\mu}/2,\mu} = \frac{1}{2ia g_0} (U_{x,\mu} - U_{x,\mu}^\dagger) - \frac{1}{6i} \text{Tr}(U_{x,\mu} - U_{x,\mu}^\dagger) \quad (31)$$

Вычисления проводились в калибровке Ландау, определяемой условием

$$\partial_\mu A_\mu = 0, \quad (32)$$

которое для решётного калибровочного поля имеет вид

$$(\partial_\mu A_{x,\mu}) = \sum_{\mu=1}^4 (A_{x+\hat{\mu}/2,\mu} - A_{x-\hat{\mu}/2,\mu}) = 0. \quad (33)$$

Фиксация калибровки происходит путём нахождения экстремума функционала

$$F_U(g) = \frac{1}{4N_s \times N_t} \sum_{x,\mu} \frac{1}{N_c} \Re \text{Tr} U_{x,\mu}^g \quad (34)$$

относительно калибровочных преобразований. При этом алгоритм приводит в локальный экстремум, что отражает проблему возникновения Грибовских копий [36], связанную с нетривиальной топологией расслоения калибровочной группы над многообразием: фиксация калибровки является процедурой выбора сечения этого расслоения, но орбиты некоторых элементов могут пересекать сечение не единожды. Проблема Грибовских копий изучалась для калибровочных групп $SU(2)$ [37,38,39] и $SU(3)$ [40]. Подмногообразие, состоящее из Грибовских копий, обеспечивающих условие локального экстремума функционала и положительного полуопределённого оператора Фаддева-Попова, называется Грибовской областью Ω , в то время как подмногообразие, соответствующее глобальному экстремуму, называется фундаментальной модулярной областью $\Lambda \in \Omega$, и процедура фиксации калибровки стремится выбрать элементы калибровочных орбит наиболее близкими к Λ . Генерация калибровочных преобразований для группы $SU(3)$ происходит по её трём $SU(2)$ подгруппам. Для фиксации калибровки использовалась программа, написанная Борняковым В.Г. и Поляковым А.Н. Она представляет из себя комбинированный алгоритм имитации отжига [17], более эффективный, чем стандартный алгоритм оверрелаксации. Алгоритм в рамках процесса Монте-Карло итеративно генерирует калибровочные преобразования $g(x)$ со статистическим весом, пропорциональным $\exp(4V F_U[g]/T)$. Внешний параметр T выступает в роли температуры, которая постепенно понижается, чтобы максимизировать функционал $F_U[g]$. Изначально шаг T выбирается достаточно большим, чтобы обеспечить быстрое движение по конфигурационному пространству. После каждого равновесного обхода, включающего шаги алгоритма "термального резервуара" (heatbath) [17] и микроканонических преобразований, T понижается на одинаковую величину. В конце, чтобы локально выполнить условие фиксации калибровки с

ТОЧНОСТЬЮ

$$\max_x \Re \text{Tr}(\nabla_\mu A_{x,\mu} \nabla_\nu A_{x,\nu}^\dagger) < \epsilon, \epsilon = 10^{-13} \quad (35)$$

применяется алгоритм оверрелаксации. Параметр T понижается до $T = 10^{-2}$.

5. Наблюдаемые

5.1. Глюонные пропагаторы и форм-факторы

Глюонные пропагаторы (двухточечные корреляторы) $D_{\mu\nu}^{ab}(p)$ определены следующим образом:

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \langle \tilde{A}_\mu^a(k) \tilde{A}_\nu^b(-k) \rangle, \quad (36)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по конфигурациям, а $\tilde{A}_\mu^a(k)$ - калибровочное поле в импульсном представлении, являющееся функцией целочисленного момента k_μ , определённого на решётке, связанного с физическим моментом как

$$p_\mu(k_\mu) = \frac{2}{a} \sin(\pi k_\mu / N_\mu), \quad k_\mu \in (-N_\mu/2, N_\mu/2), \quad (37)$$

где N_μ - размеры решётки. Пропагатор разбивается на две компоненты: поперечную D_T (хромозлектрическую) и продольную D_L (хромамагнитную). В этих терминах выражение (36) переписывается в виде

$$D_{\mu\nu}^{ab}(p) = \delta^{ab} (P_{\mu\nu}^T D_T(p_4^2, \vec{p}^2) + P_{\mu\nu}^L D_L(p_4^2, \vec{p}^2)), \quad (38)$$

p_4 играет роль Мацубаровской частоты, которая далее будет считаться нулевой. В калибровке Ландау $P_{\mu\nu}^{T(L)}$ представляют собой соответственно поперечный (продольный) по отношению к направлению ($\mu = 4$) проекторы:

$$P_{\mu\nu}^T = (1 - \delta_{\mu 4})(1 - \delta_{\nu 4})(\delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{\vec{p}^2}), \quad (39)$$

$$P_{\mu\nu}^L = (\delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{\vec{p}^2}) - P_{\mu\nu}^T. \quad (40)$$

Тогда для функций пропагаторов $D_{T,L}$ получим

$$D_T = \frac{1}{2N_g} \langle \sum_{i=1}^3 \tilde{A}_i^a(k) \tilde{A}_i^a(-k) - \frac{p_4^2}{\vec{p}^2} \tilde{A}_4^a(k) \tilde{A}_4^a(-k) \rangle, \quad (41)$$

$$D_L = \frac{1}{N_g} \left(1 + \frac{p_4^2}{\bar{p}^2}\right) \langle \tilde{A}_4^a(k) \tilde{A}_4^a(-k) \rangle, \quad (42)$$

$N_g = N_c^2 - 1 = 8$ - число генераторов алгебры. Для нулевого импульса пропагаторы определяются следующими выражениями:

$$D_T(0) = \frac{1}{3N_g} \sum_{i=1}^3 \langle \tilde{A}_i^a(0) \tilde{A}_i^a(0) \rangle, \quad (43)$$

$$D_L(0) = \frac{1}{N_g} \langle \tilde{A}_4^a(0) \tilde{A}_4^a(0) \rangle, \quad (44)$$

Глюонные форм-факторы представляют из себя выражения:

$$J_{T(L)} = D_{T(L)} p^2. \quad (45)$$

Пропагаторы глюонов представляют из себя интересный объект для изучения как в инфракрасной области, так и в области больших импульсов. Так, в работе [40] обнаружено поведение пропагаторов в области предполагаемого перехода конфайнмент-деконфайнмент, при котором некая функция пропагаторов может быть интерпретирована как параметр порядка.

5.2. Массы экранирования

Важной характеристикой поведения глюонных пропагаторов в инфракрасной области является масса экранирования. В изучении глюонных пропагаторов при ненулевой плотности широко используются два определения массы экранирования. В первом варианте масса экранирования является коэффициентом \tilde{m} в разложении соответствующего пропагатора в окрестности нулевого значения импульса [42,43]:

$$D_{L,T}^{-1}(p) = \zeta(\tilde{m}_{E,M}^2 + p^2 + \bar{o}(p^2)) \quad (46)$$

Для хромоэлектрического (продольного) пропагатора предложен фит функцией вида

$$D_L^{-1}(p) = \zeta_E(\tilde{m}_E^2 + p^2 + r_E p^4), \quad (47)$$

как обеспечивающий достаточную адекватность. Для хромомагнитного (поперечного) пропагатора:

$$D_T^{-1}(p) = \zeta_M(\tilde{m}^2 + p^2 + r p^4 + s_M p^6), \quad (48)$$

так как фит тремя параметрами не обеспечивает достаточного качества модели, как в случае с хромоэлектрическим пропагатором, однако параметры данной модели плохо определены. Второе определение массы экранирования в хромомагнитном секторе предложено Линде[44] для высоких порядков теории возмущений при конечной температуре и расширено на хромоэлектрический сектор[45]:

$$m_{M(E)}^2 = \frac{1}{D_{T(L)}(p=0)}. \quad (49)$$

Массы, определенные двумя способами соотносятся между собой следующим образом:

$$m_{M(E)}^2 = \zeta \tilde{m}_{M(E)}^2, \quad (50)$$

где ζ - мультипликативная константа, которая не влияет на поведение системы, так как её термодинамические характеристики зависят только от функциональной зависимости масс экранирования.

6. Анализ погрешностей и автокорреляций

наблюдаемых в цепочках Монте-Карло симуляций

6.1. Автокорреляции

Выборки данных, полученные в ходе цепочек Монте-Карло симуляций подвержены автокорреляциям, это приводит к тому, что автокорреляционная функция может принимать неисчезающие значения:

$$C_A(A_i, A_{i+t}) = \langle (A_i - \langle A_i \rangle)(A_{i+t} - \langle A_{i+t} \rangle) \rangle = \langle A_i A_{i+t} \rangle - \langle A_i \rangle \langle A_{i+t} \rangle \quad (51)$$

для наблюдаемых, разделённых компьютерным временем t . Для Марковской цепочки в равновесном состоянии можно написать

$$C_A(t) = C_A(A_i, A_{i+t}), \quad (52)$$

при этом дисперсия $\sigma^2 A = C_A(0)$. На больших значениях t нормированная автокорреляционная функция экспоненциально спадает:

$$\Gamma_A(t) \equiv \frac{C_A(t)}{C_A(0)} \sim \exp\left(-\frac{t}{\tau_{A,exp}}\right); \quad (53)$$

$\tau_{A,exp}$ -экспоненциальное время автокорреляции. Таким образом, автокорреляции приводят к систематическим ошибкам порядка $\exp(-t/\tau_{exp})$ и их необходимо учитывать для получения достоверных результатов.

6.2. Binning, Jackknife

Для устранения возможных эффектов автокорреляции можно использовать метод биннинга (блокинга) данных. При этом все результаты реплик одного и того же эксперимента сшиваются в общую цепочку длиной $N = N_B$, которая разбивается на B блоков по N_B измерений в каждом. Измерения на блоках определены следующим образом:

$$b_\alpha^k = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B a_\alpha^{(k-1)B+i}, \quad k = 1, \dots, N_B. \quad (54)$$

Задача состоит в том, чтобы выбрать B достаточно большим для того, чтобы считать b_α^k почти нескоррелированными, но в то же время достаточно малым, чтобы N_B оставалось значительным. Оценкой ошибки для некой функции f , вычисленной на данном наборе наблюдаемых в таком случае будет следующая величина:

$$\bar{\sigma}_{Fbin}^2 = \frac{1}{N_B(N_B - 1)} \sum_{k=1}^{N_B} (f(b_\alpha^k) - F)^2 \quad (55)$$

Раскладывая в ряд Фурье функцию f , получаем в лидирующем приближении соответствующую корреляционную матрицу:

$$\langle (b_\alpha^k - \bar{a}_\alpha)(b_\beta^k - \bar{a}_\beta) \rangle = \frac{1}{B^2} \sum_{u,\nu} \Gamma_{\alpha\beta}(u - \nu) \simeq \frac{1}{B} C_{\alpha\beta} \left(1 - \frac{\tau}{B}\right), \quad (56)$$

где

$$C_{\alpha\beta} = \sum_{t=-\infty}^{\infty} \Gamma_{\alpha\beta}(t), \quad (57)$$

$\Gamma_{\alpha\beta}$ - корреляционная функция. При разбиении на блоки заметно уменьшается эффективное число измерений, что может приводить к нестабильности результатов. Во избежание этого можно дополнительно использовать алгоритм ресэмплинга "складной нож"(jackknife). Таким образом организуется следующий набор измерений:

$$c_\alpha^k = \frac{1}{N - B} \left(\sum_{i=1}^N a_\alpha^i - B b_\alpha^k \right) \quad (58)$$

Корреляционная матрица имеет вид

$$\langle (c_\alpha^k - \bar{a}_\alpha)(c_\beta^k - \bar{a}_\beta) \rangle = \frac{1}{(N_B - 1)^2} \langle (b_\alpha^k - \bar{a}_\alpha)(b_\beta^k - \bar{a}_\beta) \rangle, \quad (59)$$

а оценка ошибки выражается в виде

$$\bar{\sigma}_{Fjack}^2 = \frac{N_B - 1}{N_B} \sum_{k=1}^{N_B} (f(c_\alpha^k) - F)^2 \quad (60)$$

6.3. Г-метод

Метод, описанный У. Вольфом[46] предполагает более точную оценку ошибок наблюдаемых или их функций с помощью оценки и суммирования соответствующих функций автокорреляции через вычисление интегрированного времени автокорреляции. Анализ может быть проведён для наиболее общего случая, когда необходима оценка некоторых функций первичных наблюдаемых $F = f(A_\alpha)$, полученных в ходе r параллельных цепочек Монте-Карло симуляций. Среднее значение наблюдаемой на реплике определяется как

$$\bar{a}_\alpha^r = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_R} a_\alpha^{i,r}, \quad (61)$$

а оценка среднего значения наблюдаемой

$$\bar{\bar{a}}_\alpha^r = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^R = N_r \bar{a}_\alpha^r. \quad (62)$$

Оценка функции наблюдаемых $\bar{\bar{F}} = f(\bar{\bar{a}}_\alpha)$ может быть разложена в ряд Фурье:

$$\bar{\bar{F}} \simeq F + \sum_{\alpha} f_\alpha (\bar{\bar{a}}_\alpha - A_\alpha) + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta} (\bar{\bar{a}}_\alpha - A_\alpha) (\bar{\bar{a}}_\beta - A_\beta), \quad (63)$$

где в точных значениях A_α взяты производные

$$f_\alpha = \frac{\partial f}{\partial A_\alpha}, f_{\alpha\beta} = \frac{\partial^2 f}{\partial A_\alpha \partial A_\beta} \quad (64)$$

Ошибка выражается через корреляционную сумму

$$\sigma_F^2 \simeq \sum_{\alpha\beta} f_\alpha f_\beta \sum_{t=-\infty}^{\infty} \Gamma_{\alpha\beta}(t) = \frac{C_F}{N} \quad (65)$$

Мы можем выделить вклады эффективной дисперсии var_F функции F и её интегрированного времени автокорреляции $\tau_{int,F} = \frac{C_F}{2v_F}$, переписав

$$\sigma_F^2 = \frac{2\tau_{int,F}}{N} var_F = \frac{2\tau_{int,F}}{N} \sum_{\alpha\beta} f_\alpha f_\beta \Gamma_{\alpha\beta}(0) \quad (66)$$

Для разделенных на реплики данных вместо полной корреляционной матрицы запишем её проекцию

$$\bar{\Gamma}_F(t) = \frac{1}{N - Rt} \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^{N_r-t} \sum_{\alpha} \bar{f}_{\alpha}(a_{\alpha}^{i,r} - \bar{a}_{\alpha}) \sum_{\beta} \bar{f}_{\beta}(a_{\beta}^{i,r} - \bar{a}_{\beta}) \quad (67)$$

Значения \bar{f}_{α} берутся в средних значениях \bar{a}_{α} . Их численные оценки можно получить следующим образом:

$$\bar{f}_{\alpha} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N}{\bar{\Gamma}_{\alpha\alpha}(0)}} \left(f \left(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{\alpha} + \sqrt{\frac{\bar{\Gamma}_{\alpha\alpha}(0)}{N}}, \dots \right) - f \left(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{\alpha} - \sqrt{\frac{\bar{\Gamma}_{\alpha\alpha}(0)}{N}}, \dots \right) \right) \quad (68)$$

Оказывается, что дисперсия оценки τ_{int} не исчезает при стремлении N к бесконечности из-за наличия шума при больших значениях функции $\rho(t) = \Gamma_F(t)/\Gamma_F(0)$. Чтобы этого избежать, необходимо ввести обрезание с помощью окна суммирования $W < N$, что, однако, приведёт к возникновению смещения в автокорреляционной сумме, которое затем внесёт вклад в систематическую ошибку оцениваемой величины:

$$\left| \frac{\langle \bar{C}_F(W) \rangle - C_F}{C_F} \right| \sim e^{-\frac{W}{\tau}}. \quad (69)$$

Выбор окна суммирования W должен производиться с осторожностью: его размер должен быть достаточно большим по сравнению с τ , но достаточно малым, чтобы избежать включения сильно осциллирующих областей функции. Для этого минимизируем суммарную относительную погрешность:

$$\frac{\delta_{syst}(\bar{\sigma}_{\alpha}) + \delta_{stat}(\bar{\sigma}_{\alpha})}{\bar{\sigma}_{\alpha}} \approx \frac{1}{2} \min_W \left(e^{-\frac{W}{\tau}} + 2 \sqrt{\left(\frac{W}{N} \right)} \right) \quad (70)$$

При условии экспоненциального затухания автокорреляционной функции, можно написать:

$$2\bar{\tau}_{int,\alpha}(W) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} \exp \left(-\frac{S|t|}{\bar{\tau}(W)} \right) \quad (71)$$

с подстраиваемым множителем S . Решая это уравнение относительно $\bar{\tau}(W)$, получаем

$$\frac{S}{\bar{\tau}(W)} = \ln \left(\frac{2\bar{\tau}_{int,F}(W) + 1}{2\bar{\tau}_{int,F}(W) - 1} \right), \quad (72)$$

где $\bar{\tau}(W) > 1/2$, а при невыполнении этого условия $\bar{\tau}(W)$ присваивается пренебрежимое малое положительное значение. W_{opt} находится из условия минимальности W . Учитывая вышесказанное, можно записать оценку ошибки:

$$\bar{C}_F(W) = \left[\bar{\Gamma}_F(0) + 2 \sum_{t=1}^W \bar{\Gamma}_F(t) \right], \quad (73)$$

где $\bar{\Gamma}_F(0) = v\bar{a}r_F$. Можно показать, что статистическая погрешность $\bar{C}_F(W)$ выражается следующим образом

$$\langle (\bar{C}_F(W) - C_F)^2 \rangle \approx \frac{2(2W + 1)}{N} C_F^2, \quad (74)$$

что приводит к статистической погрешности в определении ошибки

$$\frac{\delta_{stat}(\bar{\sigma}_F)}{\bar{\sigma}_F} = \sqrt{\frac{W + 1/2}{N}} \quad (75)$$

Сравнение относительной погрешности определения ошибки для алгоритмов биннинга и Γ -метода показано ниже (рис. 2). Как видно, даже на коротких цепочках измерений, где достоверное определение погрешностей является едва ли возможным, алгоритм Γ -метода способен дать лучшие результаты по сравнению с биннингом, что может быть критично для корректной интерпретации данных. Для обработки результатов была написана программа, использующая Γ -метод, аналогичный по функционалу рутине *Uwerr*[46] для языка Matlab и *unew*[47] для Python. При вычислениях в данной работе алгоритм Γ -метода не приводил к достоверному определению ошибок в некоторых значениях импульса, и в таком случае использовался алгоритм *jackknife*, однако эти точки,

в основном, соответствуют большим значениям импульса, где данные подвержены значительному шуму, и, учитывая также малое количество таких точек, это не повлияло на результаты сколь-нибудь значительным образом.

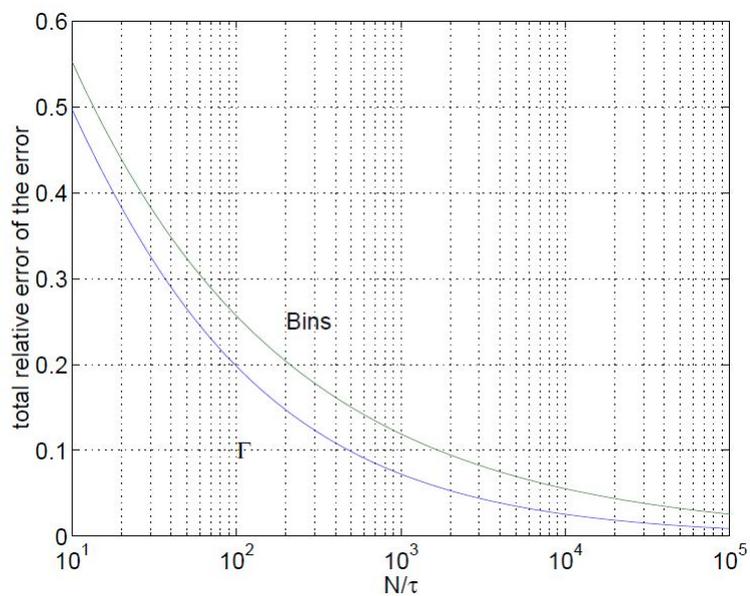


Рис. 2. Относительная погрешность оценки ошибки для алгоритмов биннинга и Γ -метода.

7. Результаты

В ходе вычислений были получены значения глюонных пропагаторов D_T и D_L в диапазоне значений импульса $p \in [0, \dots, 5]$ ГэВ для набора значений изоспинового химпотенциала $\mu_I \in [0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.1, 1.2]$ ГэВ. Пропагаторы были мультипликативно перенормированы:

$$D_{ren}(p, p_{ren}) = Z_{ren}(p_{ren}) D_{lat}(p), \quad (76)$$

где константа перенормировки выбрана исходя из условия

$$D_{ren}(p, p_{ren})|_{p=p_{ren}} = \frac{1}{p_{ren}^2}. \quad (77)$$

Таким образом, при $p = p_{ren}$, $J_{T,ren} = J_{L,ren} = 1$. Далее в тексте величины подразумеваются перенормированными, индекс ren опускается. На рис. 3 и рис. 4 представлены форм-факторы J_L и J_T соответственно; на рис. 5 и 6 представлены эти же функции в плоскости (p, μ) . Как видно, для инфракрасной области продольный форм-фактор монотонно убывает с увеличением химпотенциала; в то же время поперечный форм-фактор проявляет нестабильный рост до значения 1.1 ГэВ, после чего резко падает до уровня, наблюдавшегося в областях с низким значением химпотенциала. На рис. 7 при малых значениях импульса $p = 0.64$ ГэВ и $p = 0.91$ ГэВ, учитывая большую ошибку в определении погрешности, нельзя сделать однозначных выводов о характере роста функции, однако её падение при $\mu_I = 1.2$ ГэВ можно считать достоверным. В работе [18] при этом значении изоспинового химпотенциала наблюдалось исчезновение натяжения струны, что интерпретируется, как переход конфайнмент-деконфайнмент. Похожее поведение, но для продольного пропагатора наблюдается, например, в работе [40] при переходе через температуру деконфайнмента, для поперечного, в свою очередь, происходит плавное

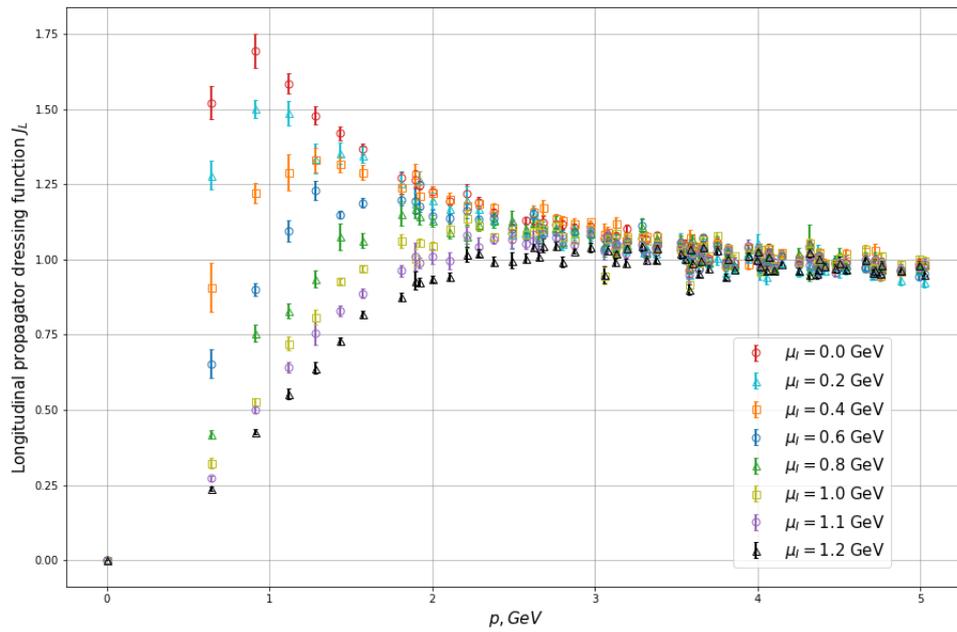


Рис. 3. Зависимость продольного (хромоелектрического) форм-фактора глюонного пропагатора от импульса при разных значениях изоспинового химпотенциала

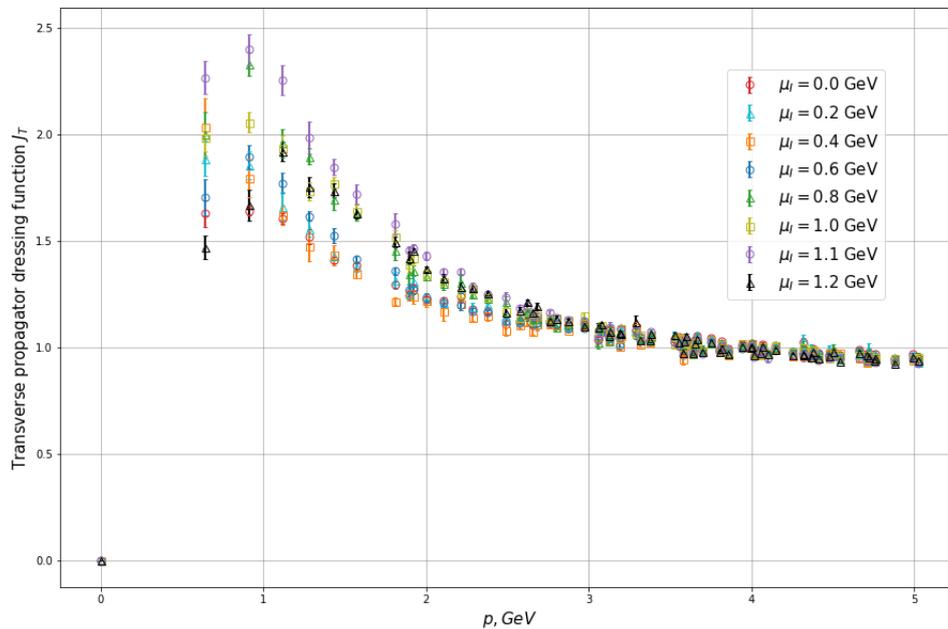


Рис. 4. Зависимость поперечного (хромамагнитного) форм-фактора глюонного пропагатора от импульса при разных значениях изоспинового химпотенциала

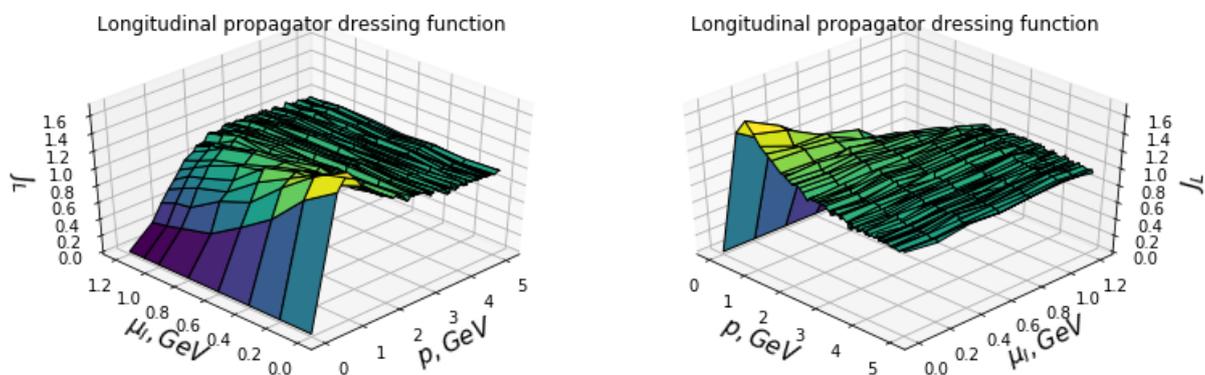


Рис. 5. Продольный (хромоелектрический) форм-фактор глюонного пропагатора в плоскости (p, μ_I)

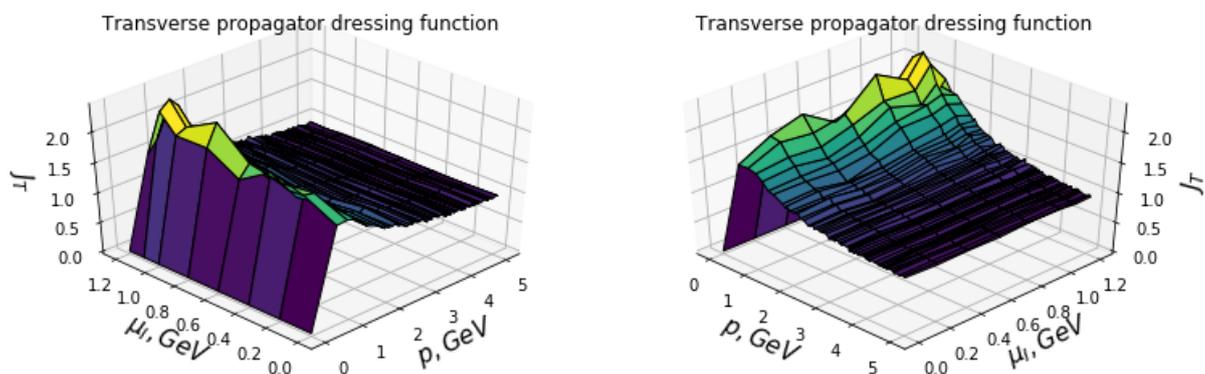


Рис. 6. Поперечный (хромамагнитный) форм-фактор глюонного пропагатора в плоскости (p, μ_I)

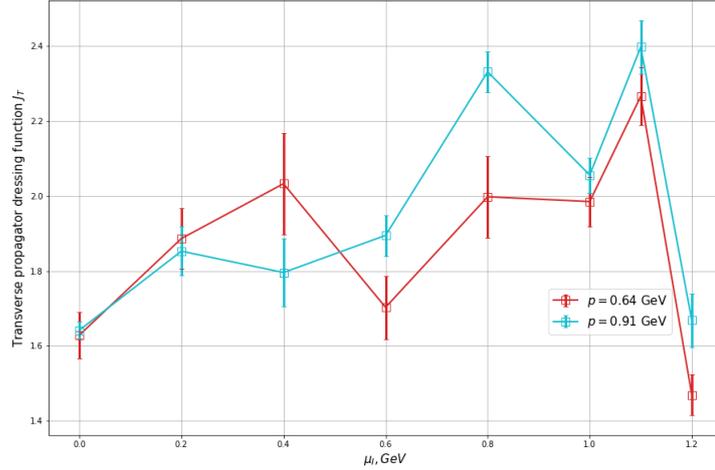


Рис. 7. Зависимость поперечного (хромомангнитного) форм-фактора глюонного пропагатора от изоспинового химпотенциала при двух значениях импульса в инфракрасной области

понижение, начинающееся из области конфайнмента. На рис. 8 можно видеть значения продольного и поперечного пропагаторов при малых значениях импульса, а также их фиты, использованные для нахождения масс экранирования. Для поперечного пропгатора фитирование производилось для диапазона значений импульса $p < p_{cut} = 2.2$, для продольного $p_{cut} = 1.9$. Эти значения обеспечили хорошее качество фита и приемлемые значения погрешности для числа степеней свободы $N_{d.o.f} = 8$ и $N_{d.o.f} = 7$ соответственно. На рис. 7.7. представлена масса экранирования, полученная из фитирования пропагаторов (красные маркеры), а также масса Линде, домноженная на константу η (синие маркеры), полученную из аппроксимации отношения масс, определённых двумя способами:

$$\eta = \frac{\hat{m}(\mu)}{m(\mu)}. \quad (78)$$

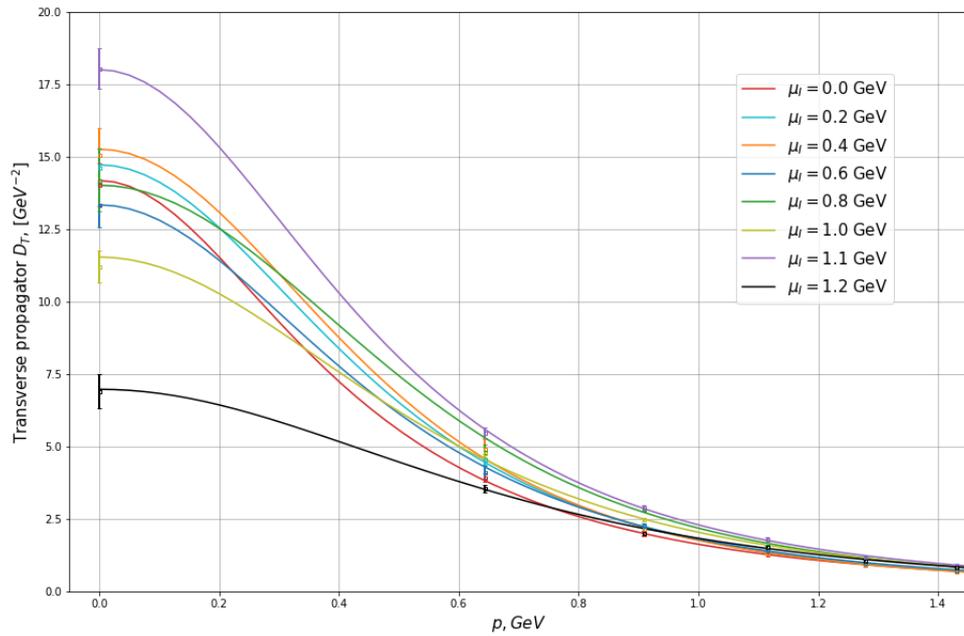
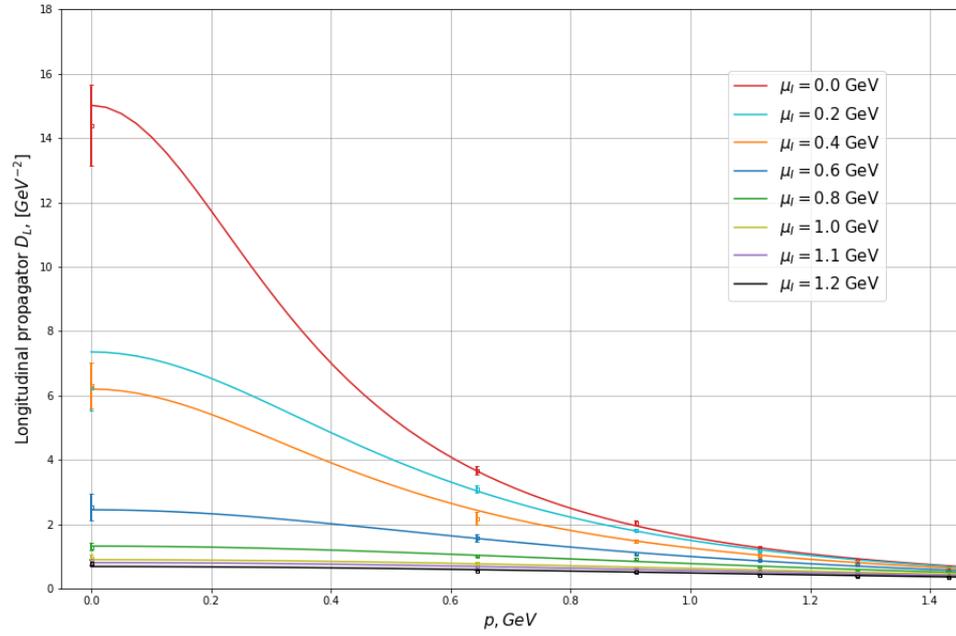


Рис. 8. Продольный (сверху) и поперечный (снизу) пропагаторы в области малых значений импульса для разных значений μ_I , фитированные обратными к (47) и (48) функциями соответственно.

В хромоэлектрическом секторе прослеживается хорошо согласованное поведение двух масс. Зелёной кривой показан фит функцией

$$\tilde{m}_E \simeq c_0 + c_2 \mu_I^2 \quad (79)$$

, мотивированный предсказанием теории возмущений. Можно заметить, что поведение хромоэлектрической массы экранирования плохо описывается этой кривой, что может свидетельствовать о непертурбативном поведении в области высоких μ_I . Для наглядности предложен фит функцией (красного цвета)

$$\tilde{m}_E \simeq c_0 + c_2 \mu_I^2 + c_4 \mu_q^4 \quad (80)$$

Для хромомагнитной массы экранирования из текущих данных сложно сделать однозначный вывод, кроме резкого возрастания массы экранирования после $\mu_I = 1.1$ ГэВ, что снова может указывать на изменение поведения, связанное с фазовым переходом. На рисунке 10 отдельно представлена зависимость масс Линде. Рост хромомагнитной массы экранирования при больших значениях μ согласуется с результатами работы [49] и противоречит [48] для SU(2) теории. Также стоит отметить возможную особенность в поведении хромоэлектрической массы в диапазоне около $\mu_I = 0.2$ ГэВ, в который также попадает значение $\mu_I = m_\pi/2 \approx 140$ МэВ, после которого наблюдается исчезающее значение пионного конденсата $\langle \pi \rangle$ [25]. При высоких значениях импульса разумно ожидать ренормгрупповое пертурбативное поведение при всех значениях μ_I . В однопетлевом приближении асимптотическое поведение форм-факторов J представляется в виде

$$\lim_{p \rightarrow \text{inf}, g = \text{const}} J(p, g) \simeq \left[\frac{\ln(p^2/\Lambda^2)}{\ln(p_0^2/\Lambda^2)} \right]^{-c/(2b)}, \quad (81)$$

где b и c являются коэффициентами функции ренормгруппы:

$$\beta(g) \simeq -bg^3, \gamma(g) \simeq -cg^2, \quad (82)$$

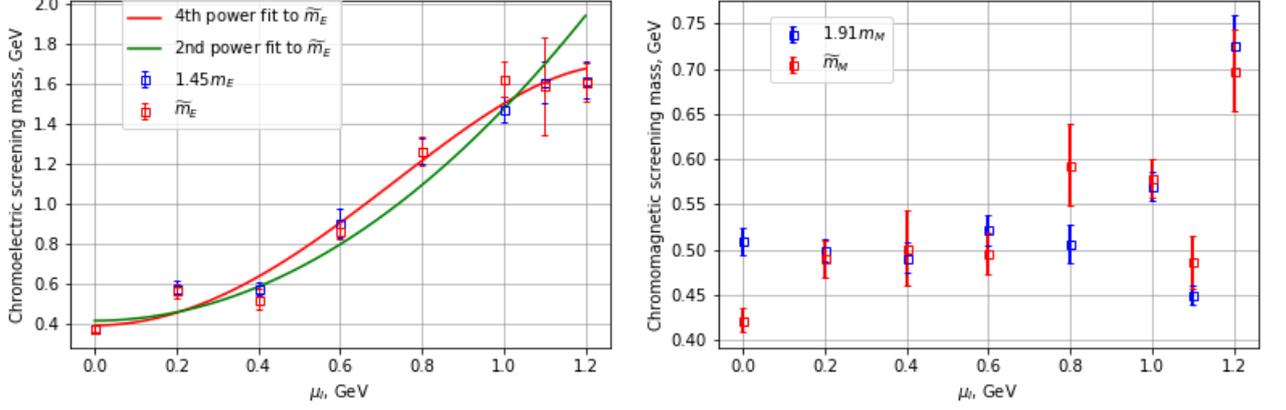


Рис. 9. Хромозлектрическая(слева) и хромагнитная (справа) массы экранирования. Для хромозлектрической массы предложены два фита полиномами второй и четвёртой степени.

в точке p_0 производится перенормировка. В калибровке Ландау для группы $SU(3)$ и числом флейворов N_f , получаем соотношение[51]

$$\frac{c}{2b} = \frac{13N_c - 4N_f}{2(11N_c - 2N_f)}. \quad (83)$$

Для $N_F = 2 + 1$, $N_c = 3$ получаем $c/(2b) = 1/2$. В области больших импульсов, чтобы уменьшить влияние решётчных артефактов применено цилиндрическое обрезание для компонент импульса [52]:

$$\sum_{\mu} k_{\mu}^2 - \frac{1}{4}(\sum_{\mu} k_{\mu})^2 \leq c \quad (84)$$

Инфракрасное обрезание по импульсу для хромагнитного сектора $p_c \approx 2.9$ ГэВ, для хромозлектрического $p_c \approx 1.8 + \mu_I$ ГэВ. Результаты фитирования представлены на рис. 11. Также, может представлять интерес зависимость разности пропагаторов $(D_T - D_L)$ от импульса, она представлена на рисунке 12 для нескольких высоких значений химпотенциала. Эта величина экспоненциально спадает для высоких значений импульса, что похоже на поведение поляковских петель, поэтому необходимо дальнейшее изучение данной величины.

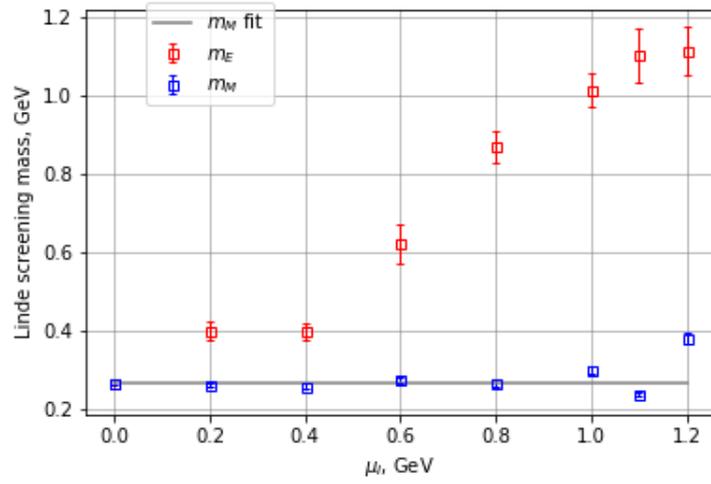


Рис. 10. Хромозлектрическая и хромомагнитная массы экранирования по определению Линде. Также сплошной линией нарисован фит константой хромомагнитной массы в диапазоне $0 < \mu_I < 1.0$ ГэВ.

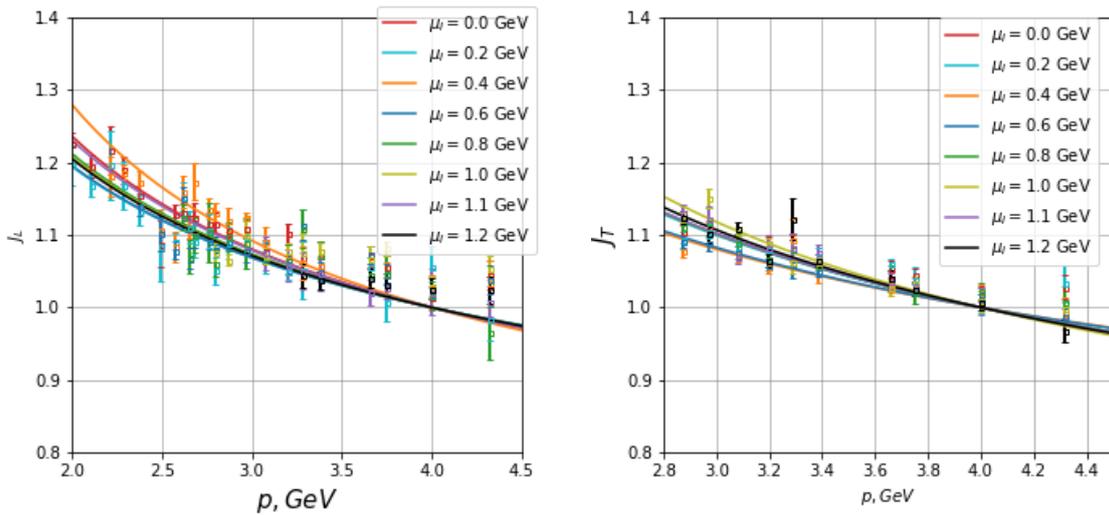


Рис. 11. Продольный(слева) и поперечный (справа) глюонные форм-факторы в области высоких значений импульса

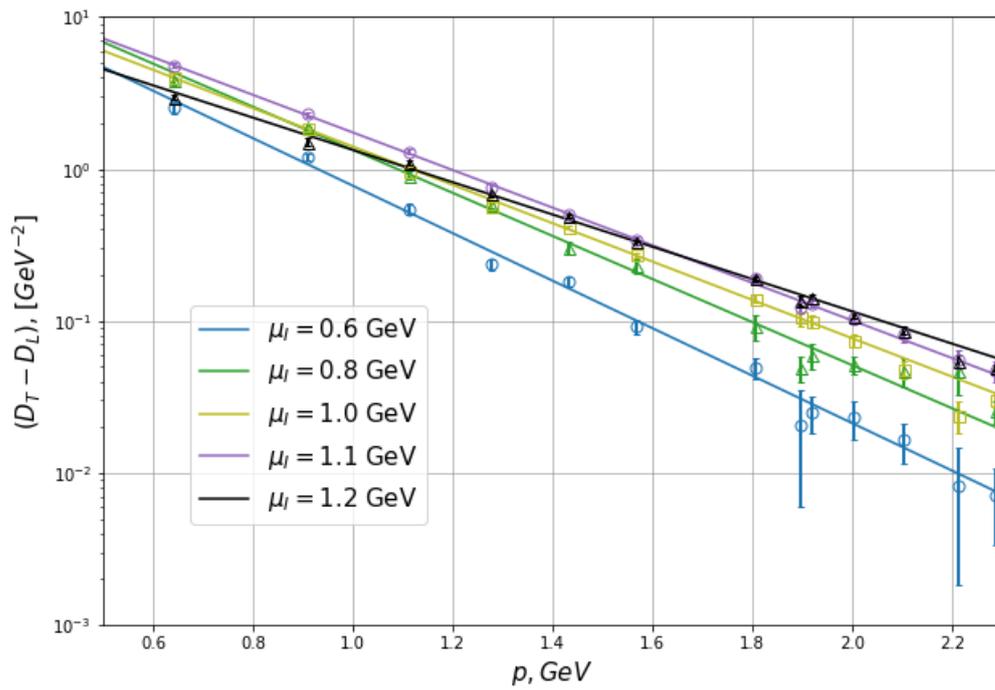


Рис. 12. Зависимость разности пропагаторов $(D_T - DL)$ от импульса, линиями обозначены фиты функцией вида $c \exp(-np)$.

8. Заключение

В данной работе было рассмотрено поведение пропагаторов и их форм-факторов в калибровке Ландау для $SU(3)$ КХД с ненулевым значением изоспинового хиппотенциала в диапазоне до $\mu_I = 1.2$ ГэВ - значения, в области которого происходит преход конфайнмент-деконфайнмент. Инфракрасная область импульсов описана с помощью масс экранирования. Для продольного пропагатора было обнаружено плавное падение в областях высоких значений хиппотенциала, что похоже на поведение пропагатора массивной частицы и может быть интерпретировано как проявление Дебаевского экранирования. Для поперечного пропагатора выявлено нерегулярное поведение и неожиданная чувствительность к фазовому переходу. Однако, результаты данных цепочек Монте-Карло симуляций подвержены сильному влиянию автокорреляций, что затрудняет получение достоверных результатов. Необходимо дальнейшее уточнение результатов, удлинение цепочек симуляций, изучение систематической зависимости от параметра λ , проверка достоверности кофигураций, использованных для данных вычислений. Также интересной задачей является исследование поведения петель Полякова и величины $(D_T - D_L)$, проявляющей экспоненциальную зависимость от импульса.

Благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Брагуге Виктору Валериевичу и Борнякову Виталию Геннадьевичу.

Список литературы

1. Yang, C. N., Mills, R. (1954). "Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance". *Physical Review*. 96 (1): 191–195.
2. D.J. Gross; F. Wilczek (1973). "Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories". *Phys. Lett.* 30 (26): 1343–1346.
3. H.D. Politzer (1973). "Reliable perturbative results for strong interactions". *PRL*. 30 (26): 1346–1349.
4. Y. Nambu, *Phys. Rev. D*10, 4262 (1974).
5. T. Suzuki, K. Ishiguro, Y. Mori, and T. Sekido, Dual Meissner Effect and Magnetic Displacement Currents *PRL* 94, 132001 (2005). Bologna (1975); S. Mandelstam, *Phys. Rep.* 23C (1976) 245.
6. H.B. Nielsen and P. Olesen, Vortex-line models for dual strings, *Nuclear Physics B*61 (1973) 45.
7. Y. Nambu, QCD and the string models, *RRL B* 80 (1979) 372.
8. S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, and T. Takaishi, *Prog. Theor. Phys.* 110, 615 (2003).
9. M. Buballa, *Phys. Rep.* 407, 205 (2005).
10. M. A. Andreichikov, M. S. Lukashov, and Yu. A. Simonov, *Int. J. Mod. Phys. A* 33, 1850043 (2018).
11. Z. V. Khaidukov and Y. A. Simonov, arXiv:1811.08970.
12. D. T. Son and M. A. Stephanov, *Phys. Rev. Lett.* 86, 592 (2001).
13. V. V. Braguta, E. M. Ilgenfritz, A. Yu. Kotov, B. Petersson, and S. A. Skinderev, *Phys. Rev. B* 93, 034509 (2016).
14. N. Yu. Astrakhantsev, V. V. Braguta, A. Yu. Kotov, and A. A. Nikolaev, arXiv:1902.09325.
15. V. V. Braguta, V. A. Goy, E. M. Ilgenfritz, A. Yu. Kotov, A. V. Molochkov, M. Muller-Preussker, and B. Petersson, *J. High Energy Phys.*

- 06, 094 (2015).
16. V. G. Bornyakov, V. V. Braguta, E. M. Ilgenfritz, A. Yu. Kotov, A. V. Molochkov, and A. A. Nikolaev, *J. High Energy Phys.* 03, 161 (2018).
 17. C. Gattringer, C.B. Lang, *Quantum Chromodynamics on the Lattice*.
 18. V. V. Braguta, b, A. Yu. Kotov, and A. A. Nikolaev, *Lattice Simulation Study of the Properties of Cold Quark Matter with a Nonzero Isospin Density*, *JETP Letters*, 2019, Vol. 110, No. 1, pp. 1–4.
 19. A.Zee, *Quantum field theory in a nutshell*
 20. Hooft, G. 't; Veltman, M. (1972), "Regularization and renormalization of gauge fields *Nuclear Physics B*, 44 (1): 189–213.
 21. Peskin, Shroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*.
 22. W. Pauli and F. Villars, *On the Invariant Regularization in Relativistic Quantum Theory*, *Rev. Mod. Phys.* 21, 434.
 23. H. B. Nielsen and M. Ninomiya: *Phys. Lett. B* 105, 219 (1981) 162.
 24. P. H. Ginsparg and K. G. Wilson: *Phys. Rev. D* 25, 2649 (1982) 163.
 25. B. B. Brandt and G. Endrodi, *PoS (LATTICE2016)*, 039 (2016).
 26. B. B. Brandt, G. Endrodi, and S. Schmalzbauer, *Phys.Rev. D* 97, 054514 (2018).
 27. K. Symanzik, *Nucl. Phys. B* 226 (1983) 187.
 28. J. Kogut and L. Susskind: *Phys. Rev. D* 11, 395 (1975) 243.
 29. S. Borsanyi, G. Endrodi, Z. Fodor, A. Jakovac, S. D. Katz, S. Krieg, C. Ratti, and K. K. Szabó, *J. High Energy Phys.* 11, 077 (2010).
 30. L. von Smekal, Andreas Hauck, and Reinhard Alkofer, *A Solution to Coupled Dyson-Schwinger Equations for Gluons and Ghosts in Landau Gauge*, *Annals of Physics* 267, 1-60 (1998).
 31. C. S. Fischer, A. Maas, and J. M. Pawłowski, *Annals Phys.* 324, 2408 (2009), 0810.1987.
 32. T. Kugo, I. Ojima, *Local Covariant Operator Formalism of Non-Abelian*

Gauge Theories and Quark Confinement Problem.

33. J. C. Taylor, Ward identities and charge renormalization of the Yang–Mills field, Nucl. Phys. B 33, 436 (1971).
34. A. A. Slavnov, Ward identities in gauge theories, Theor. Math. Phys. 10, 99 (1972), Teor. Mat. Fiz. 10, 153 (1972).
35. J. C. R. Bloch, A. Cucchieri, K. Langfeld and T. Mendes, Propagators and running coupling from SU(2) lattice gauge theory, Nucl. Phys. B 687, 76 (2004).
36. V. N. Gribov, Nucl. Phys. B139 (1978) 1.
37. V. G. Bornyakov, V.K. Mitrjushkin and M. Muller-Preussker, Infrared behavior and Gribov ambiguity in SU(2) lattice gauge theory, Phys. Rev. D 79, 074504 (2009).
38. V. G. Bornyakov, D. A. Komarov and M. I. Polikarpov, P–vortices and Drama of Gribov Copies, [hep-lat/0009035v3].
39. V. G. Bornyakov, E. M. Ilgenfritz, C. Litwinski, V. K. Mitrjushkin and M. Muller-Preussker, Landau gauge ghost propagator and running coupling in SU(2) lattice gauge theory, Phys. Rev. D 92, 074505 (2015).
40. R. Aouane, V. Bornyakov, E.-M. Ilgenfritz, V. Mitrjushkin, M. Muller-Preussker, and A. Sternbeck, Landau gauge gluon and ghost propagators at finite temperature from quenched lattice QCD.
41. A. Deur, S. J. Brodsky, G. F. de Teramond, The QCD Running Coupling.
42. V. G. Bornyakov and V. K. Mitrjushkin, Phys. Rev. D 84, 094503 (2011) [arXiv:1011.4790[hep-lat]].
43. D. Dudal, O. Oliveira and P. J. Silva, Annals Phys. 397, 351 (2018) [arXiv:1803.02281 [hep-lat]].
44. A. D. Linde, Phys. Lett. 96B, 289 (1980).
45. A. Maas, Phys. Rept. 524, 203 (2013) [arXiv:1106.3942 [hep-ph]].
46. U. Wolff, Monte Carlo errors with less errors.

47. Barbara De Palma, Marco Erba, Luca Mantovani, Nicola Mosco, A Python program for the implementation of the Γ -method for Monte Carlo simulations, *Computer Physics Communications* 234 (2019) 294–301.
48. V. Bornyakov, A. Kotov, A. Nikolaev and R. Rogalyov, Gluon propagators in QC2D at high baryon density [arXiv:1912.08529v1 [hep-lat]]
49. T. Boz, O. Hajizadeh, A. Maas and J. I. Skullerud, *Phys. Rev. D* 99, no. 7, 074514 (2019).
50. D. T. Son, *Phys. Rev. D* 59, 094019 (1999).
51. H. D. Politzer, *Phys. Rept.* 14, 129 (1974).
52. D. B. Leinweber, J. I. Skullerud, A. G. Williams, and C. Parrinello (UKQCD), *Phys. Rev. D* 60, 094507 (1999).